

# OPTIMIZACIÓN GEOMÉTRICA CON CRITERIO DE CRECIMIENTO BIOLÓGICO PARA LA REDUCCIÓN DE LA CONCENTRACIÓN DE ESFUERZOS EN UNIONES

Francisco Ramírez Cruz, Fco. Eugenio López Guerrero, José Luis Castillo Ocañas  
Cuerpo Académico de Sistemas Integrados de Manufactura.  
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Universidad Autónoma de Nuevo León,  
Pedro de Alba s/n, Apdo. Postal 9-"F", CP. 66450, San Nicolás de los Garza, N.L., México.  
Teléfono: (0052-81) 8329-4020. Fax: (0052-81) 8332-0904.  
Correo electrónico: [ramirez@uanl.mx](mailto:ramirez@uanl.mx), [elopez@uanl.mx](mailto:elopez@uanl.mx)

## RESUMEN

En la fabricación de máquinas, el diseño de los componentes mecánicos de sus estructuras debe considerar principalmente que la forma de éstos satisfagan las necesidades funcionales. Si se considera que el material del componente ya ha sido previamente determinado por algún análisis, el diseño geométrico de la pieza se rige por la adecuada distribución de esfuerzos mecánicos.

Este trabajo presenta un método de optimización geométrica para una unión T utilizada en la estructura de una máquina. Se analizó su geometría bajo condiciones de flexión por medio de elemento finito. Se encontró la transición óptima de la unión para una distribución uniforme de esfuerzos utilizando criterios de crecimiento biológico.

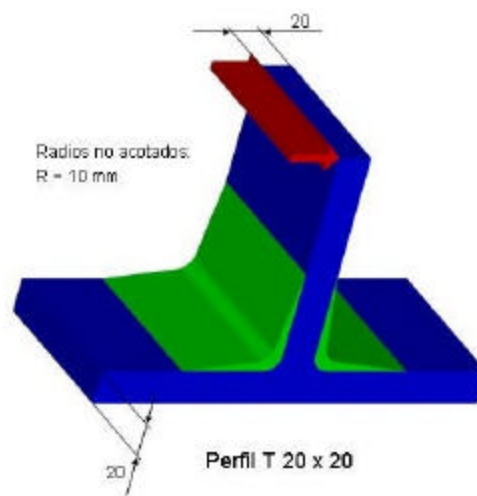
Palabras clave: elemento finito, crecimiento biológico, concentración de esfuerzos, superficies libres, optimización de forma.

## ABSTRACT

In the production of machines, the mechanical design of their structures must have as the highest priority the functional needs. If the material of the component has been previously determined, the geometry is conditioned by an adequate stress distribution.

This work presents a geometric optimization method for a T union used in a machine structure. The union was analyzed under a load situation with a finite element system. A new shape was found with a optimal stress distribution with a biological growth optimization criteria.

Keywords: Finite element, bio-design, notch stress, biological growth, free form surfaces, shape optimization.



**Figura 1** Optimización geométrica de la unión T utilizando algoritmos de crecimiento biológico para las condiciones de carga mostradas.

## INTRODUCCIÓN

En el diseño de componentes y estructuras mecánicas se analizan los aspectos funcionales, se dimensiona y calculan los esfuerzos debidos a las cargas que soportarán y se analizan los aspectos del proceso de manufactura que influyen directamente con la forma última del producto. Debido al requerimiento de respuesta rápida que los mercados exigen, el ingeniero de diseño hoy en día utiliza sistemas computacionales que le permitan analizar eficaz y rápidamente las posibles zonas críticas que presenten las piezas antes de que éstas sean producidas. Resulta deseable que las piezas sean mejoradas bajo criterios de minimización de los esfuerzos máximos y poder así garantizar la vida útil del componente. Esto es posible desde la fase de análisis y diseño del componente por medio de técnicas de elemento finito

y la aplicación de criterios de optimización [ZIEN67, ENGE96].

En trabajos anteriores se ha investigado la factibilidad de reproducir las condiciones de forma de estructuras biológicas y su posible utilización en el diseño de componentes mecánicos [MATT92, RAMI03, RAMI04, SAUT91a, SAUT91b].

A través de múltiples análisis a estructuras biológicas se ha comprobado con el método de elementos finitos que dichas estructuras se encuentran optimizadas respecto a su carga y que para todas ellas es válido el principio de superficies con esfuerzos constantes [MATT90]. En este contexto debe ponerse atención especial a Nachtigall [NACH71] cuya variedad de publicaciones expone muchos fenómenos interesantes en la naturaleza.

Este artículo presenta la implementación de los resultados hechos en trabajos anteriores [RAMI01a, RAMI01b, SCHM01] para optimizar una unión T bajo condiciones de flexión y una distribución de esfuerzos mejorada.

## OBJETIVOS

Los objetivos particulares de este trabajo son:

- estimar la distribución de los esfuerzos en la unión T mediante una simulación de elemento finito
- reducir la concentración de esfuerzos máximos aplicando el método Bio-Design
- comparar los resultados geométricos en función de la reducción de esfuerzos.

## LA TÉCNICA BIO-DESIGN

El propósito de ésta consiste en reducir la concentración de esfuerzos a través del crecimiento adaptable hasta obtener una distribución de esfuerzos homogéneos a lo largo de la superficie del componente. La regla mecánica subyacente que determina una concentración de esfuerzos igualmente distribuidos es el axioma de esfuerzos constantes formulada por Mattheck [MATT92].

La secuencia de pasos para la solución de un problema de optimización geométrica bajo las condiciones antes mencionadas es:

- Definir la región a optimizar.
- Especificar los objetivos de optimización (minimización del esfuerzo máximo).

- Definir restricciones del movimiento de los nodos.

Para lograr la optimización se definen como variables de diseño los nodos maestros bajo las fronteras límite de la región o superficie que se desea modificar, así como la dirección de cambio de la sección a optimizar: crecimiento, reducción o ambas. La figura 2 representa el cambio de posición de las variables de diseño.

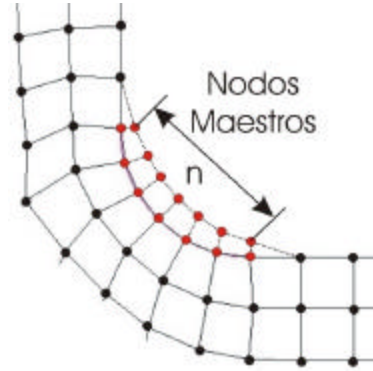


Figura 2 Definición de los nodos maestros.

Posteriormente se estima la distribución de los esfuerzos  $\sigma_{\text{criterio}}$  utilizados en el proceso para que sirvan como criterio de optimización, para este caso, la teoría de la energía de distorsión llamada también "von Mises".

Dependiendo del valor del esfuerzo de referencia  $\sigma_{\text{ref}}$ , serán calculados los vectores de desplazamiento de los nodos maestros.

La dirección de cambio en cada iteración  $k$  de los nodos de diseño  $n$  esta dada por el vector normal a la superficie  $v_i$  de acuerdo a:

$$\begin{bmatrix} n_i^x \\ n_i^y \\ n_i^z \end{bmatrix}^{k+i} = \begin{bmatrix} n_i^x \\ n_i^y \\ n_i^z \end{bmatrix}^k + \alpha_i^k \begin{bmatrix} v_i^x \\ v_i^y \\ v_i^z \end{bmatrix}^{k+i} \quad (1)$$

$\alpha_i^k$  representa el valor a lo largo de la dirección de desplazamiento para los nodos maestros y esta definido por:

$$\alpha_i^k = \mathbf{x} \left( \mathbf{s}_{\text{criterio}}^i - \mathbf{s}_{\text{ref}}^i \right) \quad (2)$$

El parámetro  $\xi$  es un factor de incremento que acelera el proceso y asegura la convergencia estable.

En la optimización las siguientes opciones son consideradas:

- Si  $\alpha_i^k > 0$  habrá crecimiento
- Si  $\alpha_i^k < 0$  habrá reducción

Es deseable restringir el desplazamiento independiente de cada coordenada de los nodos así como también restringir el desplazamiento máximo del conjunto de ellos para facilitar ciertos procesos de manufactura.

La reubicación de los nodos dentro del proceso de optimización tiene como requisito formar curvas con suavidad geométrica y evitar uniones con cambios abruptos en su trayectoria. Esta condición de continuidad geométrica [KLEI95, FARI97, LOPE01a, LOPE01b, PIEG97] es necesaria para evitar que en la zona de optimización se generen concentraciones de esfuerzo.

### OPTIMIZACIÓN DE LA UNIÓN T

A partir del análisis estático de la distribución de los esfuerzos máximos a través del método de elementos finitos de la unión T (figura 3a), es posible definir la zona crítica a optimizar.

Las condiciones iniciales de la optimización son las variables de diseño son los nodos maestros y el esfuerzo de referencia que se obtiene considerando la región crítica. Ver figura 3a.

A continuación se analizará la distribución de los esfuerzos máximos en la zona crítica después de la optimización así como los cambios geométricos necesarios.

### ANÁLISIS DE CONCENTRACIÓN DE ESFUERZOS

El material seleccionado para la simulación es hierro fundido nodular comercial. Los valores de Poisson, el módulo de elasticidad y la densidad se muestran en la tabla 1.

TABLA 1. Valores de simulación utilizados.

Coefficiente de Poisson.	0.28
Módulo de Elasticidad (N/mm <sup>2</sup> ).	175000
Densidad (kg/dm <sup>3</sup> ).	7.2

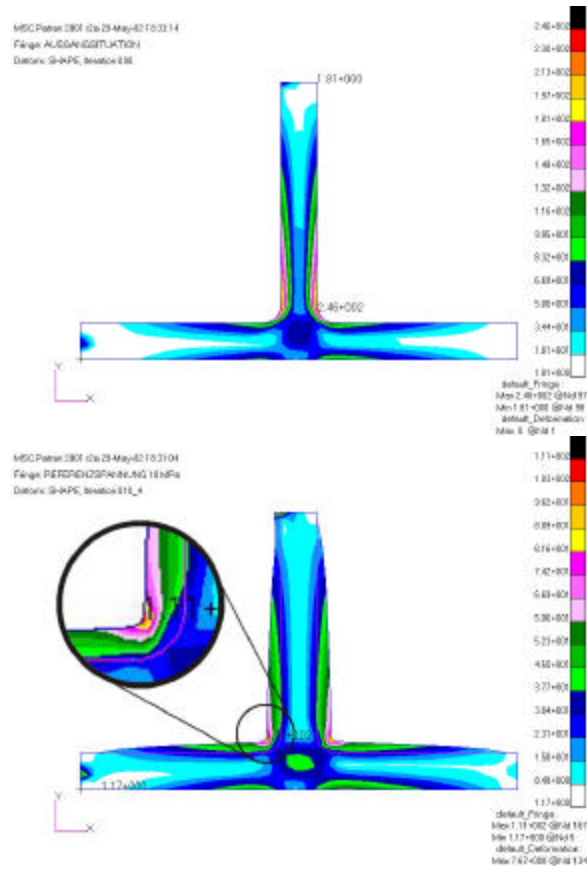


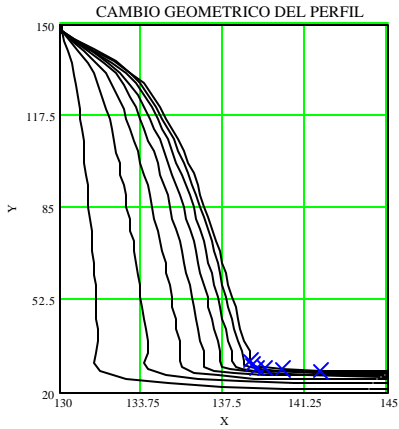
Figura 3 Distribución de esfuerzos de la unión T (a) geometría original y (b) después de la optimización geométrica.

En la modelación se asignaron las condiciones de frontera tales que en el extremo lateral izquierdo de la unión T se restringen los grados de libertad para el plano XY, mientras que para el extremo derecho se restringe solamente para el eje Y. La carga de flexión es de 500 N y es aplicada en la parte superior de la unión. Ver figura 1.

La figura 3a presenta la distribución de esfuerzos von Mises en la unión y en la cual se observa una concentración de esfuerzos en el cambio de sección con un  $\sigma_{max} = 246 \text{ N/mm}^2$ . De acuerdo a esta distribución de esfuerzos el valor de referencia al cual es deseable minimizar es de  $\sigma_{ref} = 10 \text{ N/mm}^2$ .

Después de 10 iteraciones la región crítica presenta un esfuerzo máximo de  $\sigma_{max} = 111 \text{ N/mm}^2$  consiguiendo de esta manera una reducción de

esfuerzos entre la geometría original (fig. 3a) y la geometría resultante (fig. 3b) aproximadamente un 55%.



**Figura 4** Cambio geométrico del perfil de la unión T en cada iteración de la optimización.

Los cambios geométricos en la zona crítica por cada iteración están representados en la figura 4 mostrando la suavidad geométrica provocada por el reposicionamiento de los nodos de cada elemento finito del modelo y cuyo análisis se presenta a continuación.

### CÁLCULOS DE LOS DESPLAZAMIENTOS MÁXIMOS DE LOS NODOS

La distancia entre nodos para cada eje está dada por:

$$\begin{aligned} X_{\epsilon} &:= X_n - X_0 \\ Y_{\epsilon} &:= Y_n - Y_0 \end{aligned} \quad (3)$$

La figura 5 muestra los valores de los vectores de la ecuación (3). Los nodos cuyos desplazamientos son mayores son los nodos #25 al #30 (se denotan con las marcas X en las figuras 4 y 5) y se encuentran en los puntos mas alejados del origen. La Tabla 3 muestra los valores de las posiciones de los nodos con mayor desplazamiento.



**Figura 5** Diferencia en la posición de los nodos de la geometría de la figura 1 después de la optimización según la ecuación 3.

**TABLA 3.** Posición de los nodos con mayor desplazamiento.

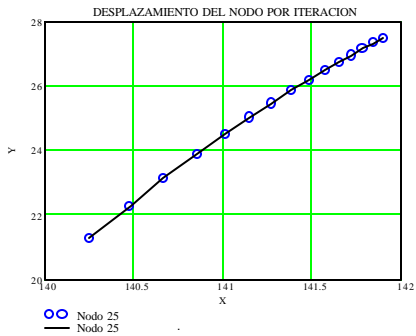
Nodo no.	Eje X	Eje Y
25	1.65	6.24
26	2.72	6.18
27	4.42	5.37
28	6.02	3.76
29	7.00	1.88
30	7.20	0.66

### OBSERVACIÓN DEL DESPLAZAMIENTO DE UN NODO

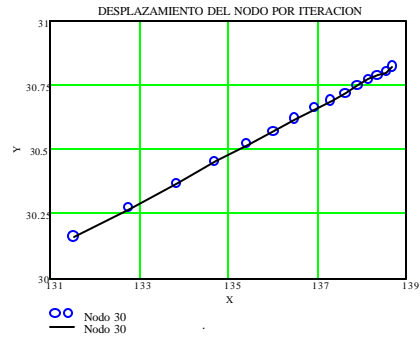
Para un número de iteraciones  $n$ , la función del desplazamiento del nodo  $\alpha$  será:

$$\begin{aligned} PX(i, \alpha) &:= (X_i)_{\alpha} \\ PY(i, \alpha) &:= (Y_i)_{\alpha} \end{aligned} \quad (4)$$

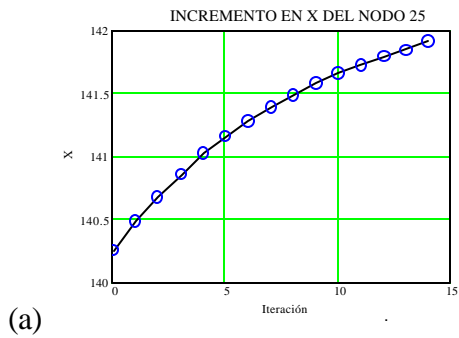
Los valores de desplazamiento por iteración se muestran en la figura 6. Es interesante observar la figura 7a y 7b los desplazamientos por cada eje, en donde se observa un comportamiento exponencial. Este comportamiento denota el criterio de optimización utilizado.



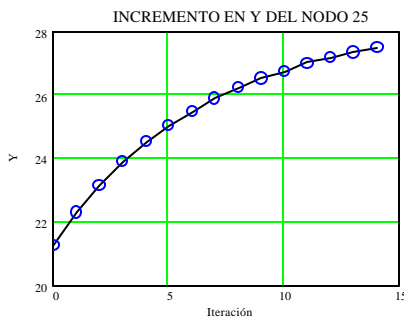
**Figura 6** Desplazamiento del nodo #25 para cada iteración.



**Figura 8** Desplazamiento del nodo #30 para cada iteración.

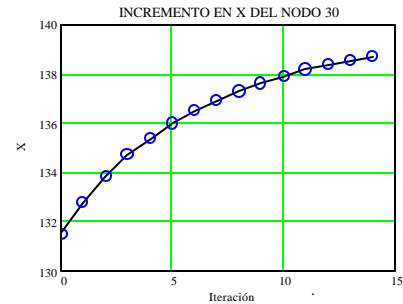


(a)

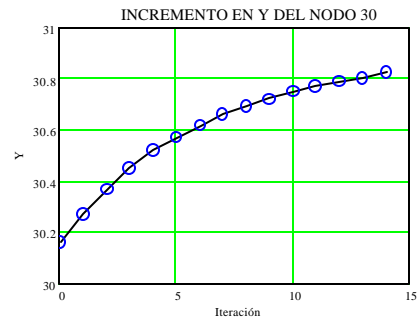


(b)

**Figura 7** Desplazamiento del nodo #25 para cada eje después de la optimización. (a)Eje X y (b) Eje Y.



(a)



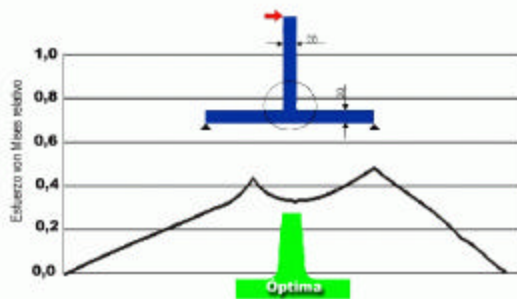
(b)

**Figura 9** Desplazamiento del nodo #30 para cada eje después de la optimización. (a)Eje X y (b) Eje Y.

## CONCLUSIONES

Con la técnica Bio-Design se obtuvo una reducción de esfuerzos de hasta 55% después de 10 iteraciones. La relación de esfuerzo en la pieza mejorada con respecto al valor máximo en la geometría original es del 45%. Esto significa un aumento de la capacidad de carga mayo al 100% (ver figura 10).

La optimización de esfuerzos después de la optimización es bastante uniforme. La figura 10 muestra la curva de valores relativos de esfuerzo, en donde no existen picos pronunciados.



**Figura 10** Valores relativos de esfuerzo a lo largo de la sección crítica.

Es deseable que los modelos de componentes de maquinaria contengan matemática de curvas y superficies libres para obtener una distribución uniforme y optimizada de esfuerzos como la que se encuentra en la naturaleza.

Es evidente que en los cambios de sección se concentran los esfuerzos y por lo tanto sus nodos sufren los mayores desplazamientos.

El criterio para la modificación geométrica se basa en la diferencia del esfuerzo en la iteración con respecto al de referencia (ecuación 2), por lo que el cambio de posición de un nodo con respecto a la iteración anterior es exponencial (figuras 6,7,8 y 9).

El presente estudio contempla solamente la mejora en la distribución de esfuerzo y no las condiciones de manufactura impuestas por el diseño resultante.

## RECONOCIMIENTOS Y EQUIPO UTILIZADO

El presente trabajo fue realizado por los autores como parte de su proyecto de investigación dentro del programa de colaboración y en su estancia doctoral en el Departamento de Máquinas Herramienta y

Automatización de la Universidad Técnica de Hamburg-Harburg, Alemania así como en el Programa Doctoral de Ingeniería de Materiales FIME-UANL bajo el apoyo de PROMEP, utilizando las instalaciones del Departamento de Sistemas Integrados de Manufactura de la FIME UANL:

- Licencia de software MSC.Patran y MSC.Nastran v. 2002 r2 para Windows 2000.
- Licencia de software de optimización MSC.Construct para Windows 2000.
- Equipo de computo PC Intel Pentium III, 500 MHz, 500 MB RAM y Disco Duro de 40 GB.

Los resultados de este trabajo han sido implementados con éxito en la empresa de fundición alemana dedicada a la fabricación de máquinas herramienta Heidenreich & Harbeck en cooperación con la Universidad Técnica de Hamburg Harburg, Alemania ([www.hh-moelln.de](http://www.hh-moelln.de)).

## REFERENCIAS

- [ENGE96] Engeln-Müllges. Numerik Algorithmen. VDI Verlag, 1996.
- [FARI97] Farin, G. Curves and surfaces for CAGD. Academic Press, 1997.
- [KLEI95] Klein, Friedrich. NC-Steuerung für die 5-achsige Fräsbearbeitung auf der Basis von NURBS. Shaker Verlag. Ph.D. Dissertation, Technische Hochschule Aachen, 1995.
- [LOPE01a] López, E., Colás, R., Ramírez, F., Rall, K. Maquinado de una sucesión de curvas. Revista Ingenierías Vol. IV, No. 11, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Abril-Junio 2001.
- [LOPE01b] López Guerrero, F. Eugenio. Generación de Código de Maquinado en 3D para Modelos Geométricos Basados en Mallas. Revista Ingenierías Vol. III, No. 10, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Enero-Marzo 2001.
- [MATT90] Mattheck, K. Why they grow, how they grow - the mechanics of trees, arboricultural Journal 14 (1990)

- [MATT92] Mattheck, K. Design in der Natur - Der Baum als Lehrmeister. Freiburg im Breisgau: Rombach 1992.
- [NACH71] Nachtigall, W. Biotechnik, Heidelberg: Quelle & Meyer, 1971.
- [PIEG97] Piegl, Les The NURBS Book. Springer Verlag, 1997.
- [RAMI01a] Ramírez, F. "Validating of optimization models for the Bio-Cast-Design". Master Thesis, Technische Universität Hambrug-Harburg, 2001.
- [RAMI01b] Ramírez, F., "Konstruktionselemente in grossen Sandgussteilen". Interner Bericht, Technische Universität Hambrug-Harburg, 2001.
- [RAMI03] Ramírez, F., López, E. Ortiz, U., Guzmán, R. "Reducción de la concentración de esfuerzos para piezas de fundición por medio del método de elementos finitos utilizando algoritmos de crecimiento biológico". IX Congreso Anual SOMIM 2003 vol. VI, pág. 25, Sept. 2003.
- [RAMI04] Ramírez, F., López, E. Ortiz, U. "Diseño óptimo de elementos mecánicos usando algoritmos de crecimiento biológico". Revista Ingenierías Vol. VII, No. 22, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Enero-Marzo 2004.
- [SAUT91a] Sauter, J. Beanspruchungsminimierung von Bauteilen durch Gestaltoptimierung mit biologischer Intelligenz, ANSYS Users` Meeting, Tagungsband, 23.-25. Oktober 1991, Bamberg.
- [SAUT91b] Sauter, J. CAOS oder die Suche nach der optimalen Bauteilform durch eine effiziente Gestaltoptimierungsstrategie, XX. Internationaler Finite Elemente Kongress, Tagungsband, 18.-19. November 1991, Baden-Baden, 1991.
- [SCHM01] Schmidt, Th., "Kerbwirkung in rotationssymmetrischen Bauteilen". Interner Bericht, Heidenreich & Harbeck, 2001.
- [ZIEN67] Zienkiewickz, O.; R. Taylor. "The finite element method". Ed. Mc Graw Hill, 1967.