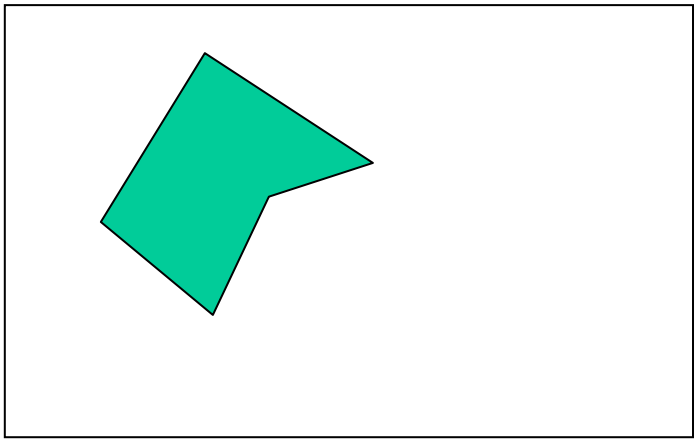
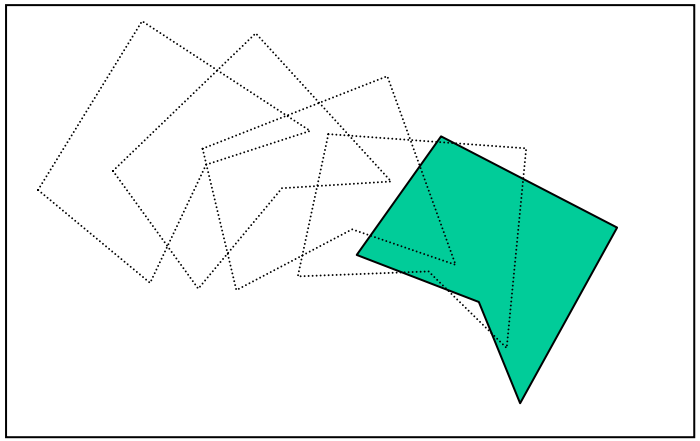
TEMA 3: Transformaciones 2D

Índice

Transformaciones geométricas

- Con los algoritmos de primitivas ya podemos dibujar en pantalla
- El siguiente paso consiste en permitir modificar o manipular dichas primitivas → Transformaciones Geométricas
  - Para poder implementar aplicaciones de diseño
  - Para poder realizar animaciones
  - Para interactuar con la escena
- Las transformaciones básicas que se necesitan son:
  - Traslación: cambios en la posición
  - Rotación: cambios en la orientación
  - Escalado: cambios en el tamaño

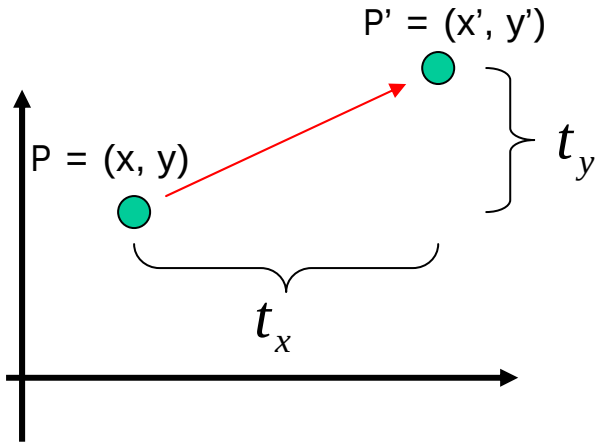




Traslación

- Reposiciona un objeto desplazándolo a las nuevas coordenadas

$$\begin{cases} x' = x + t_x \\ y' = y + t_y \end{cases}$$

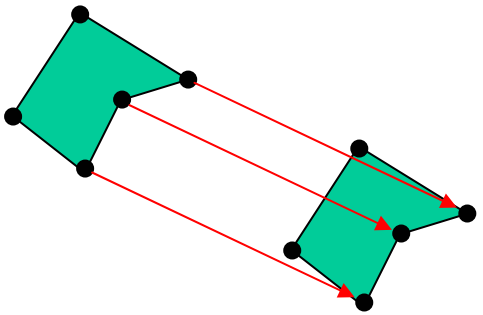


- En forma matricial:

$$P = (x, y) \qquad P' = (x', y') \qquad T = (t_x, t_y)$$

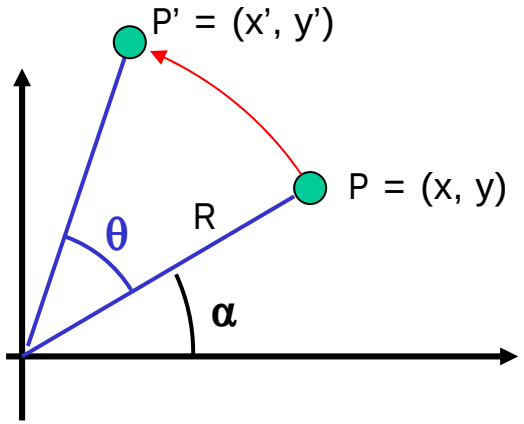
$$P' = P + T$$

- Es una transformación rígida → el objeto no se deforma
- Para trasladar líneas rectas trasladamos sólo sus extremos
- Para trasladar polígonos, trasladamos sólo sus vértices y redibujamos



Rotación con respecto al origen

- La posición de un punto es rotada alrededor del origen de coordenadas
- ¿Cómo sacamos la fórmula para obtener P' a partir de P y del ángulo?



- Solución: expresándolo en polares

$$\begin{cases} x = R\cos\alpha \\ y = R\sin\alpha \end{cases} \qquad \begin{cases} x' = R\cos(\alpha+\theta) = \ldots = x\cos\theta - y\sin\theta \\ y' = R\sin(\alpha+\theta) = \ldots = x\sin\theta + y\cos\theta \end{cases}$$

- En forma matricial:

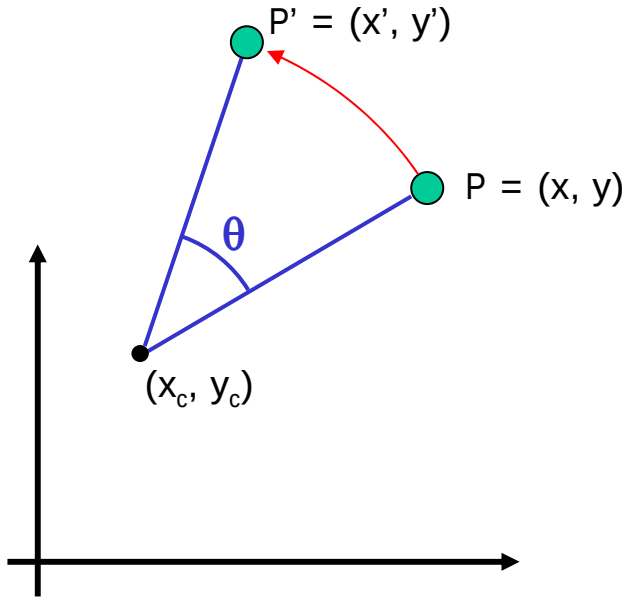
$$P = (x, y) \qquad P' = (x', y') \qquad R = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

$$P' = P \cdot R$$

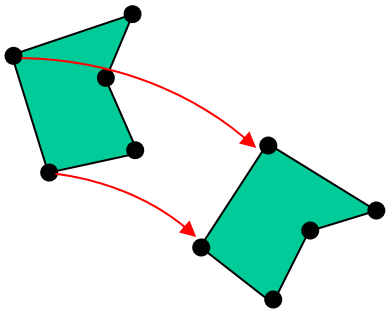
Rotación general

- ¿Cómo será la fórmula general cuando el punto sobre el que se rota no es el origen, sino un punto cualquiera (x_c, y_c)?

$$\begin{cases} x' = x_c + (x - x_c)\cos\theta - (y - y_c)\sin\theta \\ y' = y_c + (x - x_c)\sin\theta + (y - y_c)\cos\theta \end{cases}$$



- Encontrar la forma matricial para este caso es un poco complicado
- Más tarde lo haremos de otra forma mucho más fácil

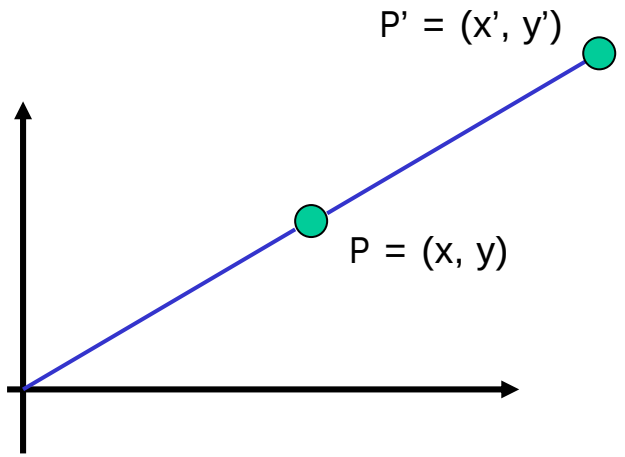


- Es una transformación rígida → el objeto no se deforma
- Para rotar líneas rectas rotamos sólo sus extremos
- Para rotar polígonos, rotamos sólo sus vértices y redibujamos

Escalado con respecto al origen

- La posición del punto se multiplica por una constante
- Hay que especificar dos factores de escala, s_x y s_y

$$\begin{cases} x' = s_x x \\ y' = s_y y \end{cases}$$



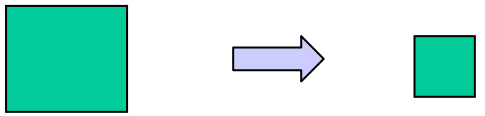
- En forma matricial:

$$P = (x, y) \qquad P' = (x', y') \qquad S = \begin{pmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{pmatrix}$$

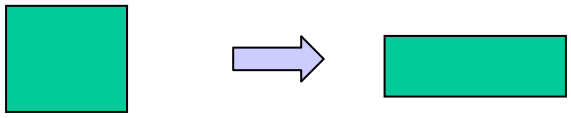
$$P' = P \cdot S$$

- Según el valor del factor de escala s:
  - Si s > 1 → aumento de tamaño
  - Si s==1 → no cambia de tamaño
  - Si s < 1 → disminución de tamaño

- Si s_x == s_y → escalado uniforme

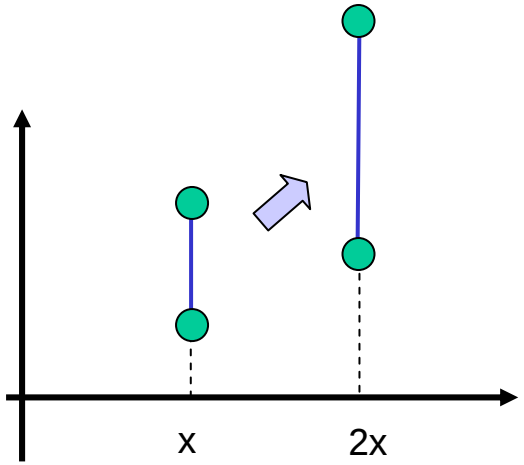


- Si s_x != s_y → escalado diferencial



Escalado general

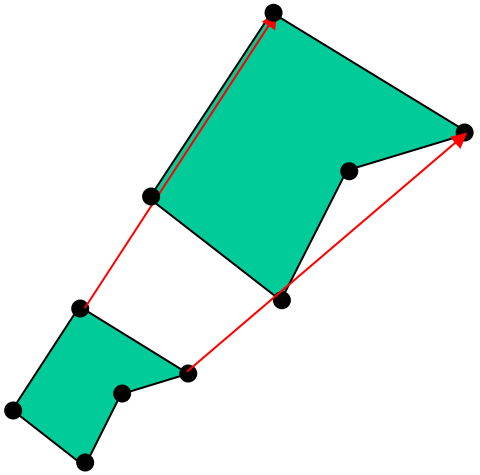
- NOTA: si el origen de coordenadas no se encuentra en el interior del objeto, se produce un desplazamiento!



- Para evitarlo, se usa un punto fijo, y se escala a partir de él

$$\begin{cases} x' = x_c + s_x(x - x_c) \\ y' = y_c + s_y(y - y_c) \end{cases}$$

- El punto fijo podría ser el centro del objeto, o uno de sus vértices, o también un punto arbitrario



- Es una transformación rígida → el objeto no se deforma
- Para escalar líneas rectas escalamos sólo sus extremos
- Para escalar polígonos, escalamos sólo sus vértices y redibujamos

Representación matricial

- Muchas aplicaciones incluyen secuencias de transformaciones geométricas:
  - Una animación requiere que los objetos se trasladen y roten en cada fotograma
  - Un diseño CAD requiere muchas transformaciones hasta obtener el resultado final
- Debemos formular de forma muy eficiente toda la secuencia de transformaciones
- Cada transformación puede representarse como $P' = P\ M_1 + M_2$
- La matriz M_1 contiene la información de ángulos y factores de escala
- La matriz M_2 contiene los términos de traslación asociados al punto fijo y al centro de rotación
- Para producir una secuencia de transformaciones hay que calcular las nuevas coordenadas en cada transformación!

$$P'' = P'\ M_3 + M_4 = \ldots = P\ M_1\ M_3 + M_2\ M_3 + M_4$$

- Buscamos una solución más eficiente que permita combinar las transformaciones para obtener directamente las coordenadas finales a partir de las iniciales

Coordenadas homogéneas

- ¿Cómo podríamos eliminar la matriz M_2, y usar una única matriz para transformación?
- Solución: pasando a matrices 3x3 en lugar de 2x2
- Para ello debemos representar un punto cartesiano (x, y) en coordenadas homogéneas
- Un punto (x, y) se representa en coordenadas homogéneas de la forma

  (hx, hy, h), para cualquier h distinto de 0
- Esto significa que un mismo punto tiene infinitas representaciones en coordenadas homogéneas
- Ejemplo: el punto (4, 6) puede expresarse como
  - (4, 6, 1) (8, 12, 2) (2, 3, 1/2) (8/3, 4, 2/3) (-12, -18, -3)
- Lo habitual es tomar h=1, con lo que el punto (x, y) pasa a ser (x, y, 1)
- Conclusión: el punto (a,b,c) en coordenadas homogéneas representa al punto (a/c, b/c)

Coordenadas homogéneas

- El uso de coordenadas homogéneas permite tratar todas las transformaciones geométricas como una multiplicación de matrices

- Traslación:

$$(x', y', 1) = (x, y, 1)\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & 1 \end{pmatrix}$$

$$P' = P \cdot T(t_x, t_y)$$

- Rotación respecto al origen

$$(x', y', 1) = (x, y, 1)\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$P' = P \cdot R(\theta)$$

- Escalado respecto al origen

$$(x', y', 1) = (x, y, 1)\begin{pmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$P' = P \cdot S(s_x, s_y)$$

Composición de transformaciones: traslaciones

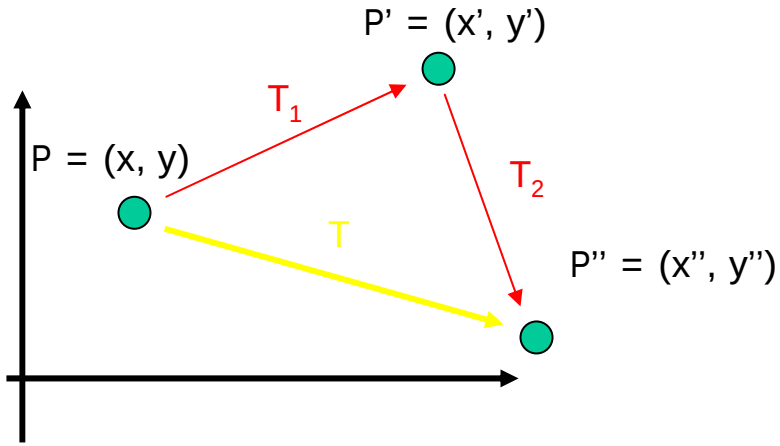
- Para cualquier secuencia de transformaciones, podemos calcular la matriz de transformación compuesta, calculando el producto de las transformaciones individuales!

- Traslaciones sucesivas:

$$P' = P \cdot T_1(t_{x1}, t_{y1})$$

$$P'' = P' \cdot T_2(t_{x2}, t_{y2})$$

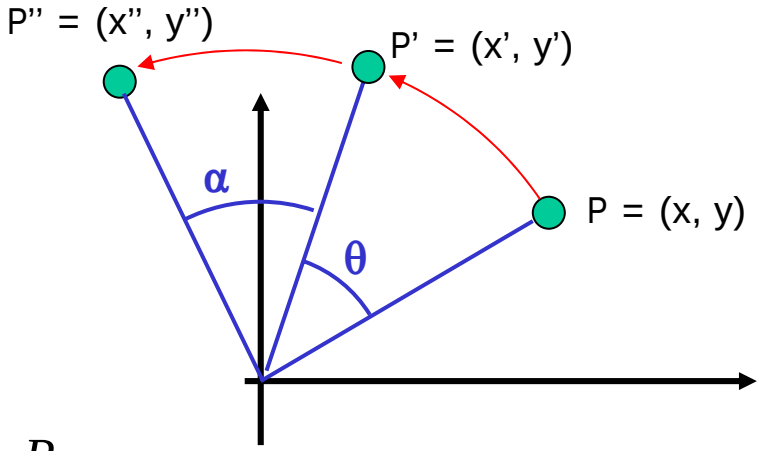
$$P'' = P' \cdot T_2 = P \cdot T_1 \cdot T_2 = P \cdot T$$



$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_{x1} & t_{y1} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_{x2} & t_{y2} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_{x1}+t_{x2} & t_{y1}+t_{y2} & 1 \end{pmatrix}$$

Composición de transformaciones: rotaciones

- Rotaciones sucesivas:



$$P' = P \cdot R(\theta)$$

$$P'' = P' \cdot R(\alpha)$$

$$P'' = P' \cdot R(\alpha) = P \cdot R(\theta) R(\alpha) = P \cdot R$$

$$R = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\alpha) & \sin(\theta+\alpha) & 0 \\ -\sin(\theta+\alpha) & \cos(\theta+\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

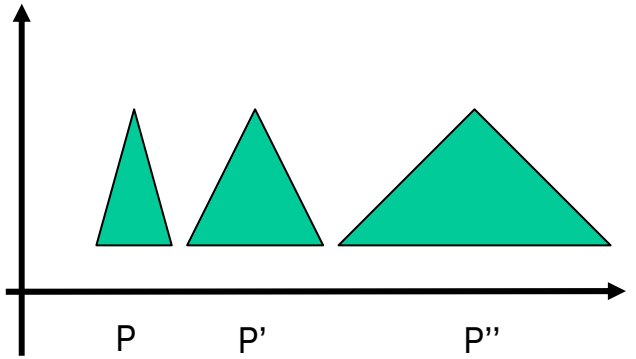
Composición de transformaciones: escalados

- Escalados sucesivas:

$$P' = P \cdot S_1(s_{x1}, s_{y1})$$

$$P'' = P' \cdot S_2(s_{x2}, s_{y2})$$

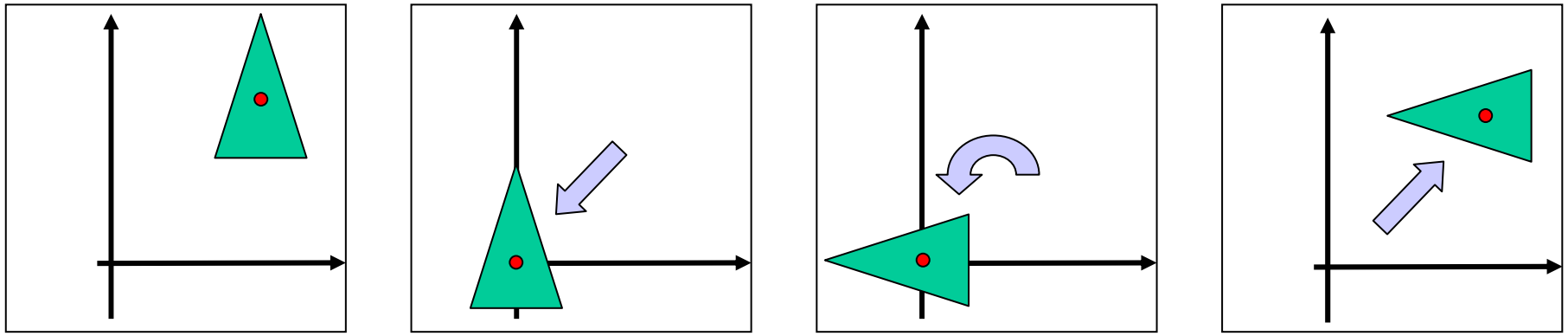
$$P'' = P' \cdot S_2 = P \cdot S_1 \cdot S_2 = P \cdot S$$



$$S = \begin{pmatrix} s_{x1} & 0 & 0 \\ 0 & s_{y1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} s_{x2} & 0 & 0 \\ 0 & s_{y2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{x1}s_{x2} & 0 & 0 \\ 0 & s_{y1}s_{y2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Rotación alrededor de un punto

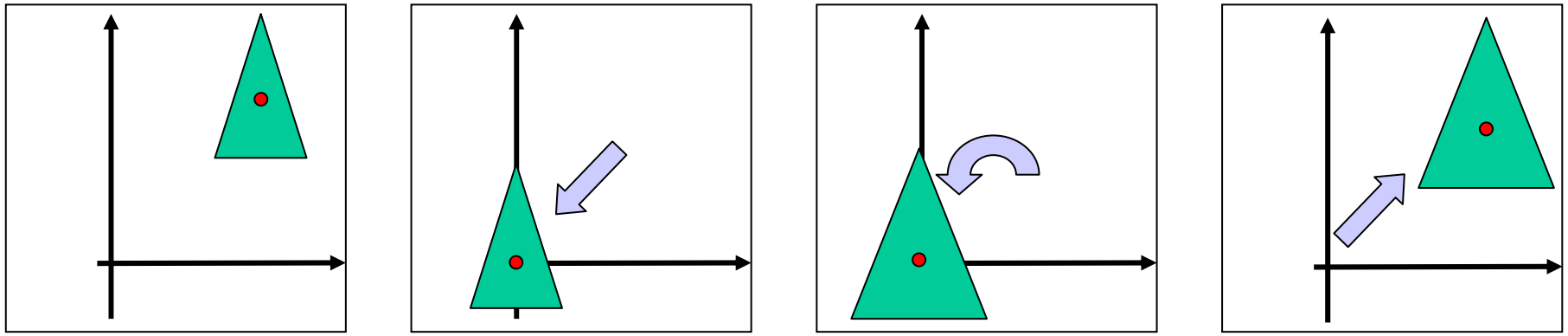
- Para hacer una rotación general, podemos hacerlo mediante una composición de transformaciones básicas:



$$P' = P \cdot \underbrace{T(-x_c, -y_c) \cdot R(\theta) \cdot T(x_c, y_c)}_{\mathbf{R(x_c,\ y_c,\ \theta)}}$$

Escalado alrededor de un punto

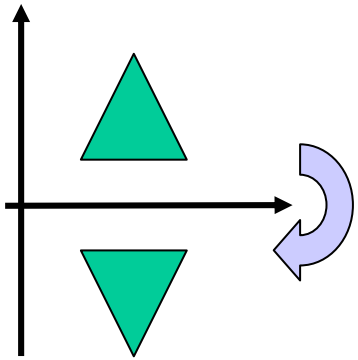
- Para hacer un escalago general, procedemos de igual manera:



$$P' = P \cdot \underbrace{T(-x_c, -y_c) \cdot S(s_x, s_y) \cdot T(x_c, y_c)}_{\mathbf{S(x_c, y_c, s_x, s_y)}}$$

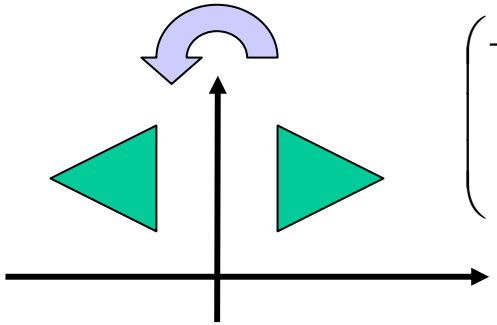
Reflexión

Sobre el eje x



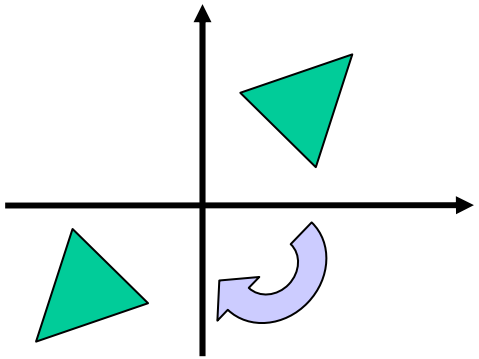
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Sobre el eje y



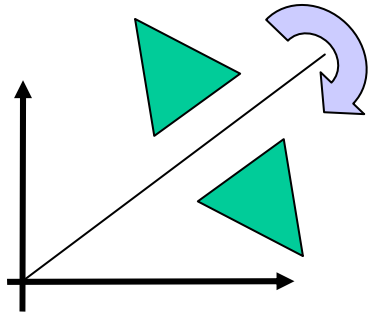
$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Sobre el origen de coordenadas



$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

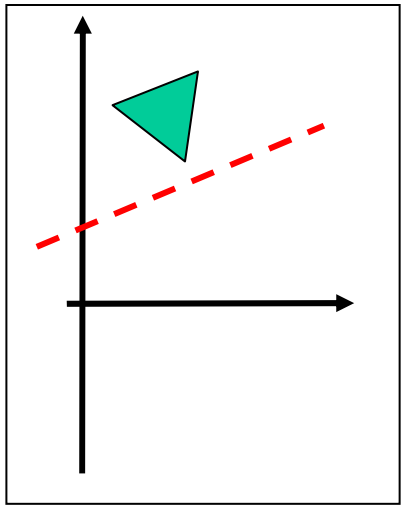
Sobre la recta y = x

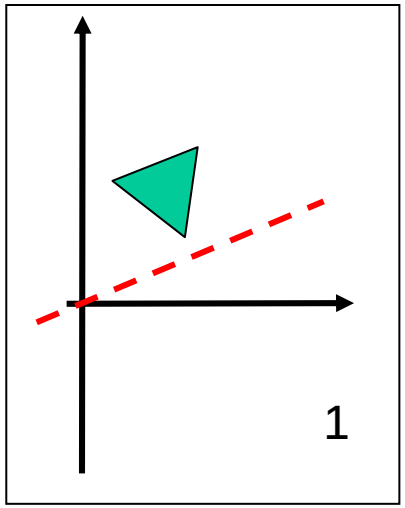


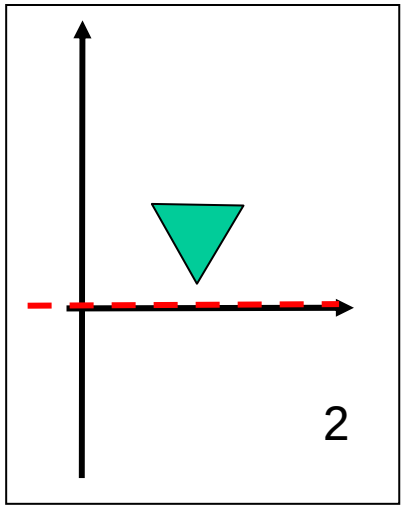
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

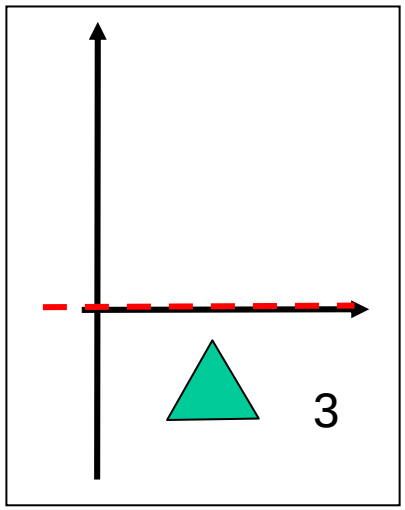
Reflexión general

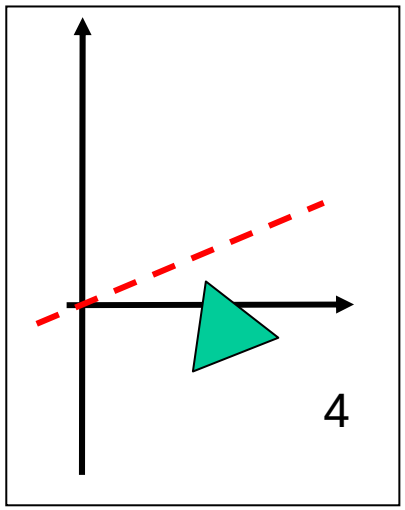
- Sobre una recta arbitraria $y = mx + b$

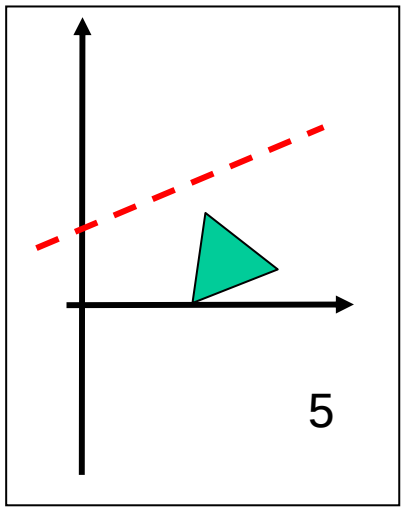






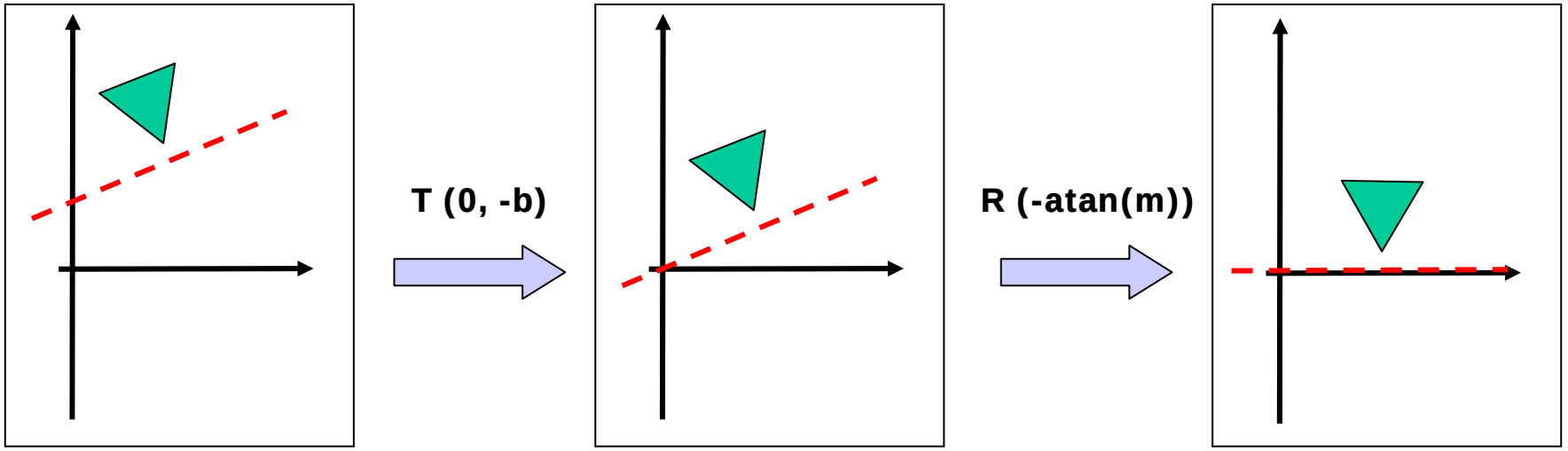






Reflexión general

- ¿Cuánto habrá que trasladar y rotar?



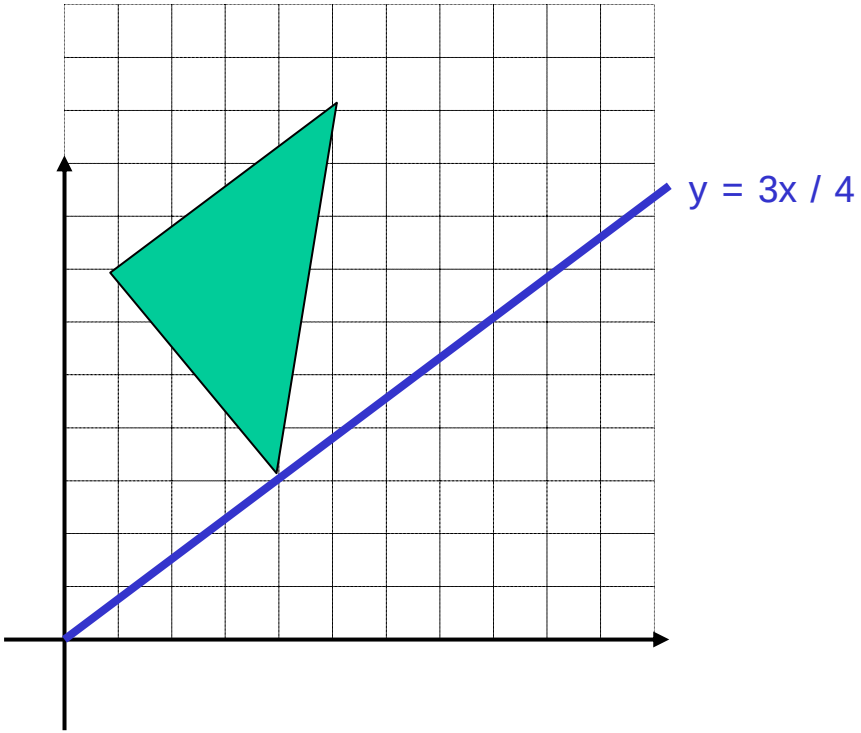
$$P' = P \cdot \underbrace{T(0,-b) \cdot R(-\arctan m) \cdot F \cdot R(\arctan m) \cdot T(0,b)}_{\mathbf{F(m,\ b)}}$$

Ejemplo de reflexión

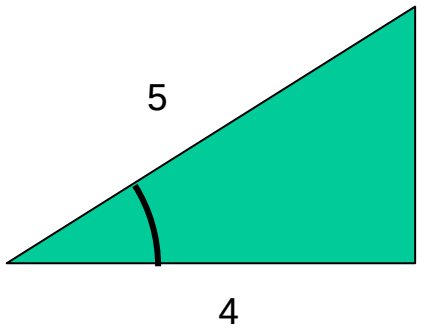
2. Reflexión 2D.

(a) Obtener la matriz de reflexión sobre la recta $y = 3x/4$. (1.5 puntos)

(b) Aplicar dicha matriz para reflejar el triángulo formado por los puntos (4,3), (5,10) y (1,7). (0.5 puntos)



- ¿Cómo lo resolvemos?
- Por lo pronto no hay que trasladar
- ¿Cuánto habrá que rotar?
- Lo importante no es el ángulo en sí, sino los valores del seno y el coseno



cos = 4/5

sin = 3/5

…continuación…

- Comenzamos con la matriz de rotación

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} 4/5 & -3/5 & 0 \\ 3/5 & 4/5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Continuamos con la reflexión

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Deshacemos la rotación

$$R(-\theta) = \begin{pmatrix} 4/5 & 3/5 & 0 \\ -3/5 & 4/5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M = R(\theta) \cdot F \cdot R(-\theta) =$$

$$M = \begin{pmatrix} 7/25 & 24/25 & 0 \\ 24/25 & -7/25 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

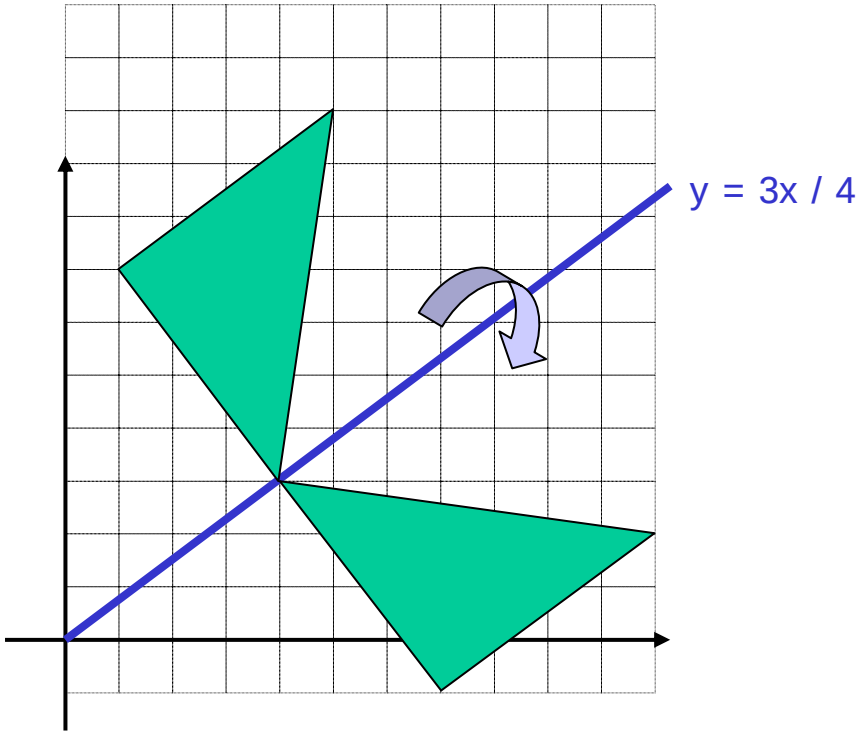
…continuación

- Para calcular los puntos transformados, simplemente los multiplicamos por la matriz final

$$(4,3,1)\cdot M = (4,3,1)$$

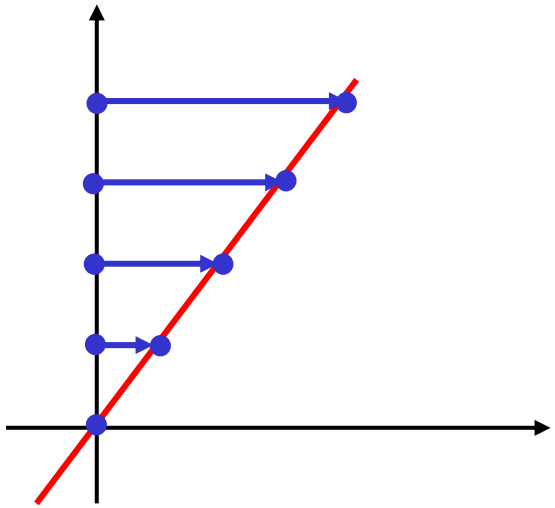
$$(5,10,1)\cdot M = (11,2,1)$$

$$(1,7,1)\cdot M = (7,-1,1)$$



Afilamiento

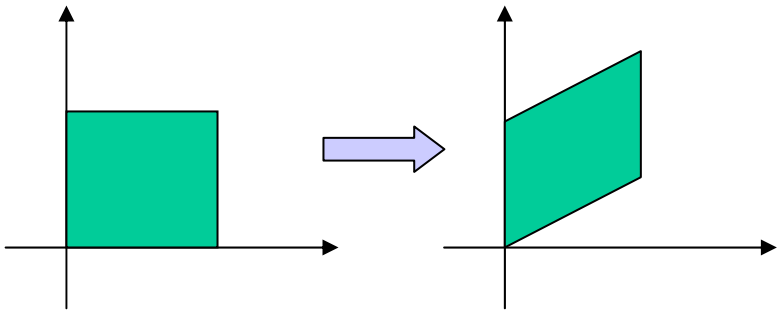
- Desplaza los puntos en función de los valores de sus coordenadas



$$\begin{cases} x' = x + ay \\ y' = y \end{cases} \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

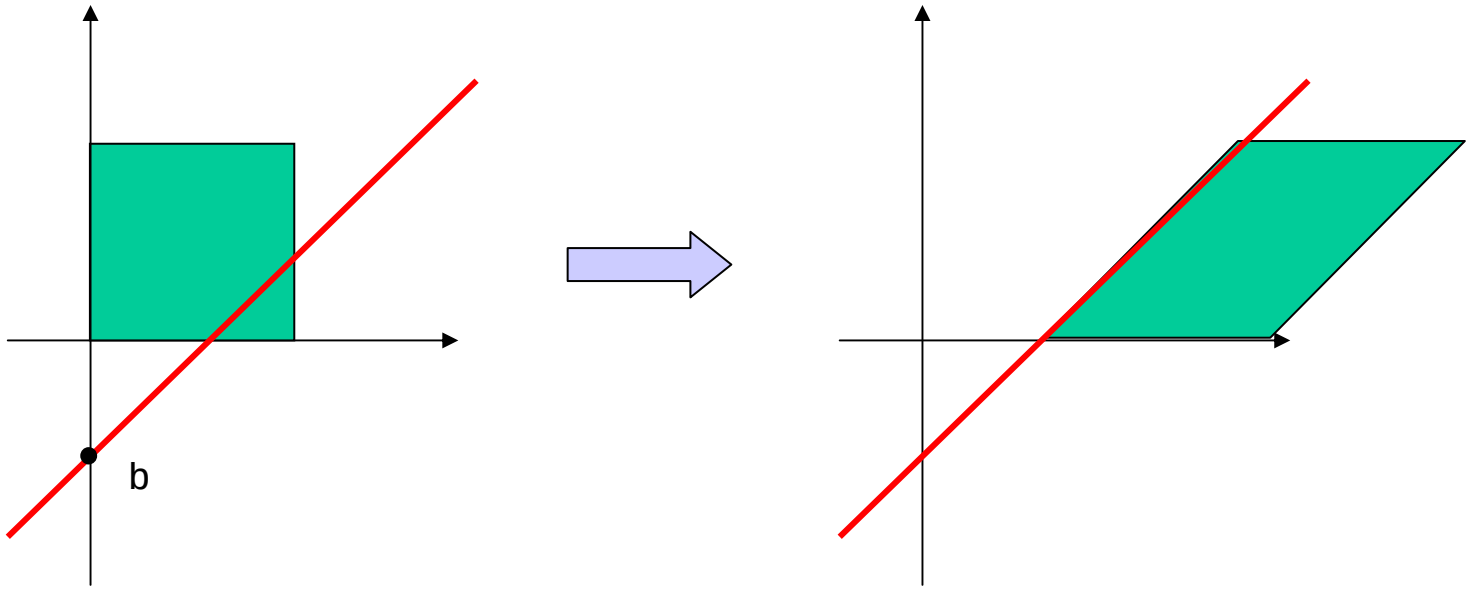
- En la otra dirección:

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = y + bx \end{cases} \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 1 & b & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



Afilamiento general

- Afilar con respecto a la recta y = mx + b

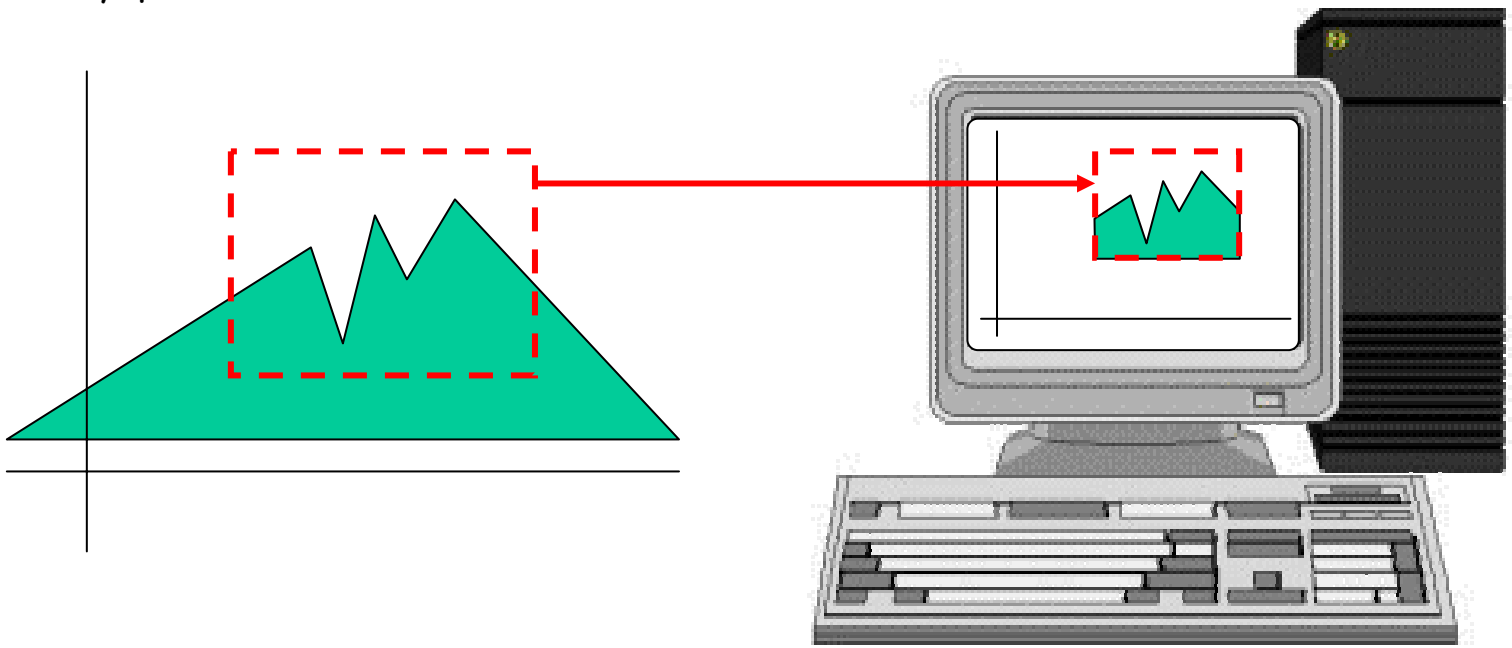


- La expresión de la recta despejando x es x = (y-b) / m

$$\begin{cases} x' = x - (y - b)/m \\ y' = y \end{cases} \quad \Rightarrow \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1/m & 1 & 0 \\ b/m & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Transformación a la ventana de visión

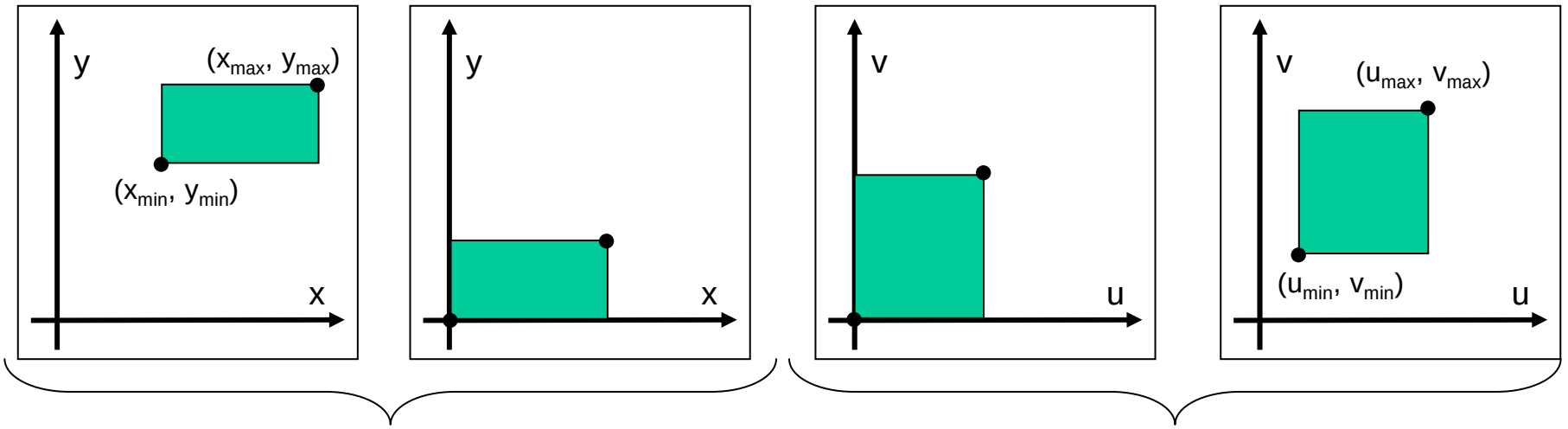
- La escena se almacenan según un sistema de coordenadas reales (metros, cm, pulgadas)
- El usuario verá en cada momento una subárea de la escena, o varias simultáneamente
- Cada subárea se mapeará en zonas distintas de la pantalla
- La pantalla viene definida por un sistema de coordenadas enteras (pixels)
- Hay que transformar de un sistema a otro



Escena (coordenadas reales) → Pantalla (coordenadas enteras)

Matriz de transformación

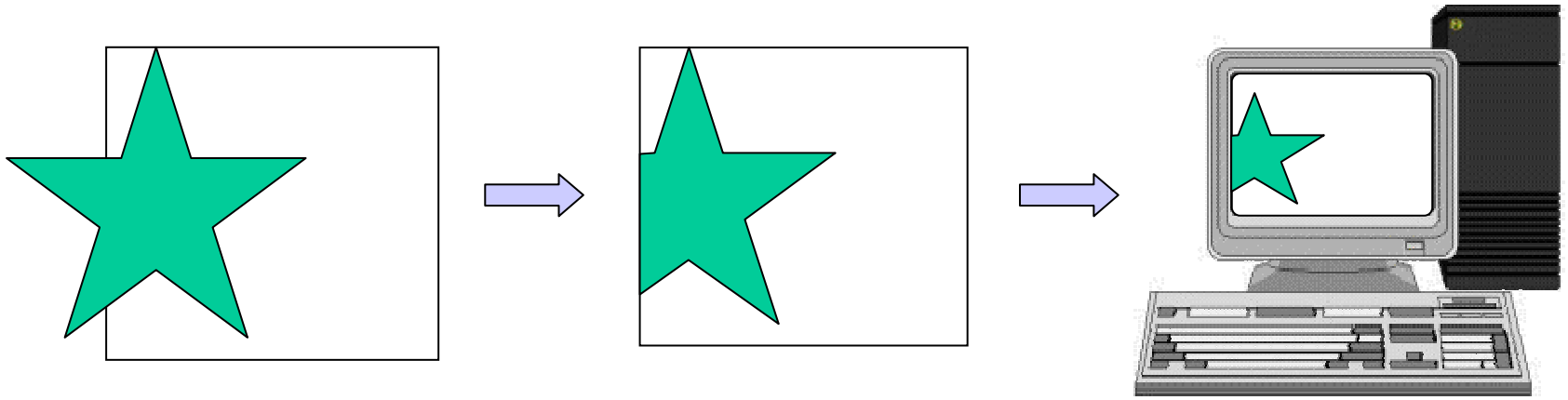
- Para pasar de un sistema a otro lo haremos también por medio de una matriz
- Dicha matriz la obtendremos a partir de una secuencia de transformaciones básicas



$$M = T(-x_{\min}, -y_{\min}) \cdot E\left(\frac{u_{\max} - u_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}}, \frac{v_{\max} - v_{\min}}{y_{\max} - y_{\min}}\right) \cdot T(u_{\min}, v_{\min})$$

Algoritmos de recorte

- Después de la transformación, hay que recortar las partes de la escena que queden fuera de la ventana



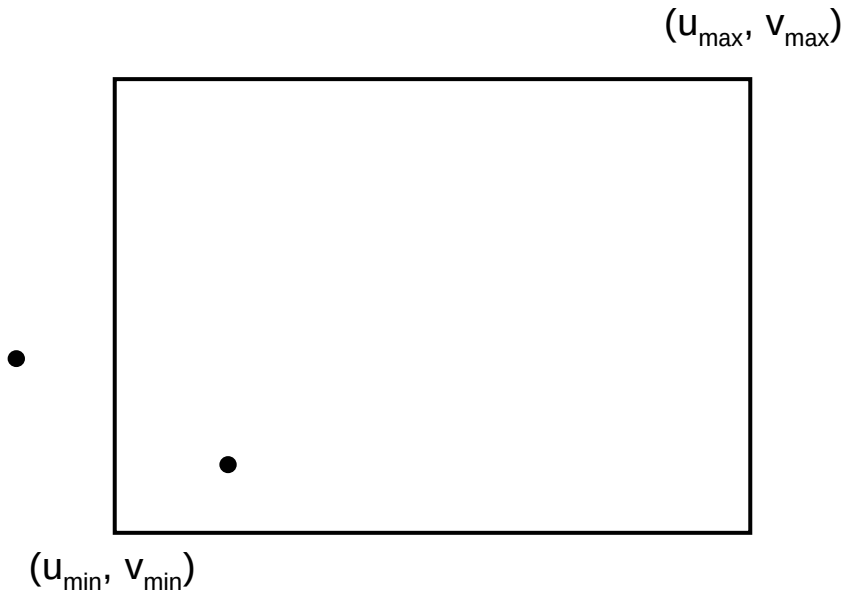
- Tenemos dos alternativas:
  - Podemos recortar en el mundo, y solo mapear lo que caiga dentro
  - Podemos transformar toda la escena, y recortar en la pantalla que es más rápido

- Estos algoritmos también se usan para permitir método de copiar y pegar en aplicaciones gráficas, pero a la inversa (recortando el interior)

Recorte de puntos

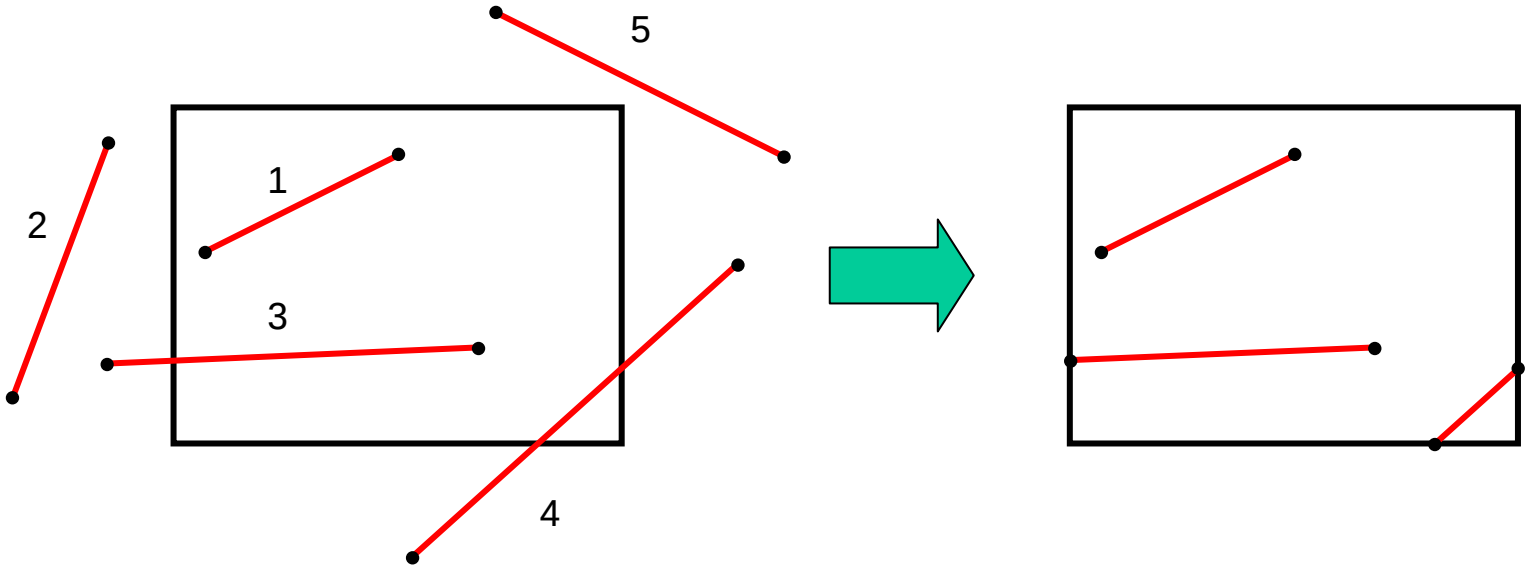
- Es el algoritmo más sencillo
- Asumiendo una ventana rectangular, sólo pintaremos los puntos que cumplas estas dos condiciones simultáneamente:

$$\begin{cases} u_{\min} \le x \le u_{\max} \\ v_{\min} \le y \le v_{\max} \end{cases}$$



Recorte de líneas

- Dado un segmento recto, hay que testear qué parte cae dentro de la ventana para dibujar sólo esa parte
- ¿Cómo hacemos el test?

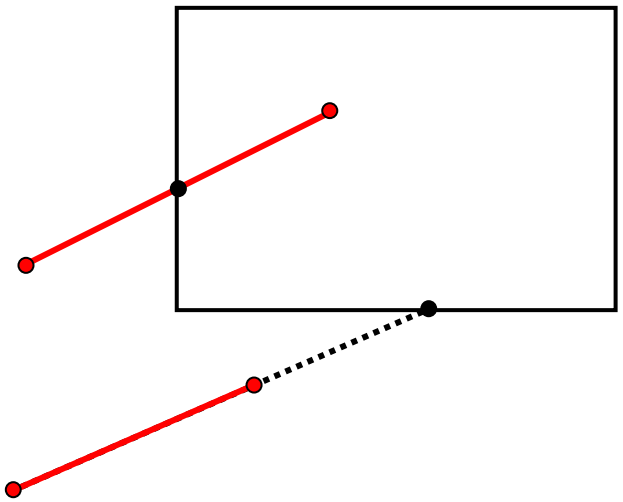


- Existe varios casos:
  - Si el segmento es completamente visible, lo dibujamos por completo
  - Si el segmento es completamente invisible, no lo dibujamos
  - Si sólo se ve parcialmente, habrá que calcular la intersección con los bordes de la ventana

Cálculo de intersecciones

- ¿Cómo se calculan las intersecciones?
- En coordenadas explícitas es complicado, porque aparte de calcular el punto, debemos averiguar si pertenece al interior del segmento o no
- Es mucho más simple si usamos la ecuación paramétrica de la recta

$$\left.\begin{cases} x = x_1 + t(x_2 - x_1) \\ y = y_1 + t(y_2 - y_1) \end{cases}\right\} \forall t \in [0,1]$$



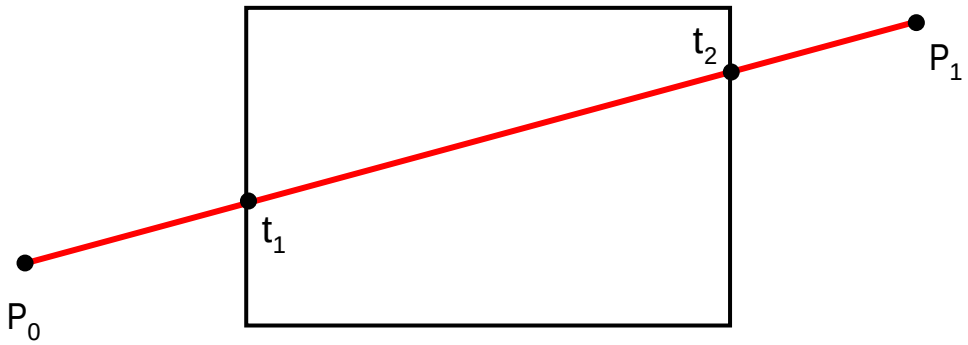
- Si la intersección se produce para un t fuera del intervalo (0,1), el punto no pertenece al segmento
- Habría que aplicar este método para cada borde de la ventana
- Este test es muy costoso → hay que resolver 2 ecuaciones para cada uno de los 4 bordes
- También hay que tener en cuenta el caso de las líneas que sean paralelas a un borde

Algoritmo de recorte de Cyrus-Beck

- Funciona para cualquier tipo de ventana poligonal
- Se utiliza la ecuación paramétrica de la línea

$$P(t) = P_0 + t(P_1 - P_0)$$

- Lo que se hace es calcular el valor de t de intersección con cada borde
- Una vez obtenidos los 4 valores, se buscan las intersecciones (x,y) correctas
- ¿Cómo se calcula el valor de t intersección?

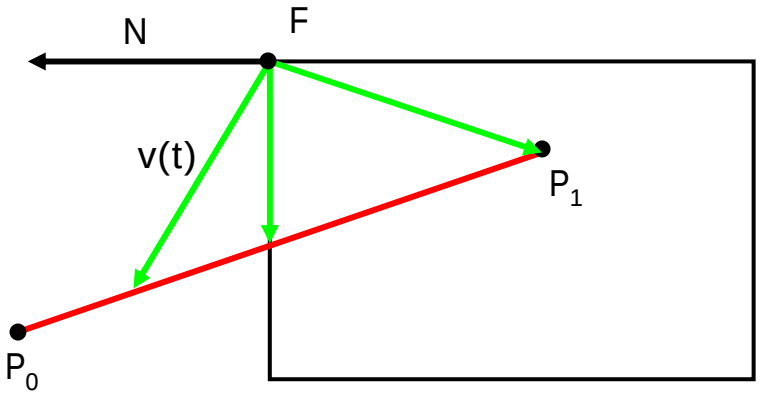


Algoritmo de recorte de Cyrus-Beck

- Se elige un punto F arbitrario para cada borde
- Sea P(t) un punto sobre el segmento, t en [0,1] $P(t) = P_0 + t(P_1 - P_0)$
- Sea v(t) el vector desde F hasta un punto cualquiera del segmento $v(t) = P(t) - F$
- Sea el producto escalar $N_i \cdot v(t)$
- La intersección se produce cuando $N_i \cdot v(t) = 0$
- Desarrollando y despejando t obtenemos:

$$N_i \cdot v(t) = N_i(P(t) - F) = \ldots = 0$$

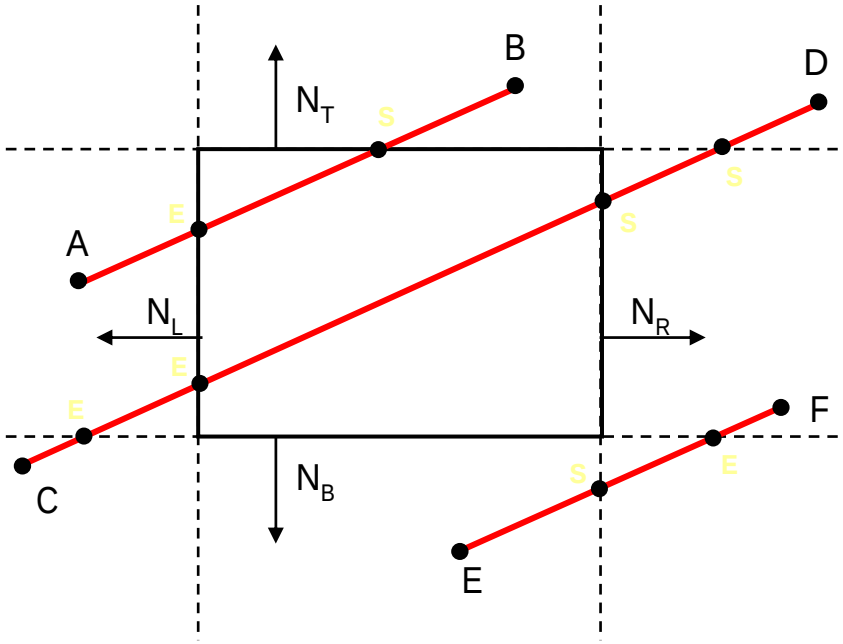
$$t = -\frac{N_i(P_0 - F)}{N_i(P_1 - P_0)}$$



- Hay que controlar que el denominador no se haga cero:
  - Siempre se cumple que $N_i \neq 0$
  - Siempre se cumple que $(P_1 - P_0) \neq 0$
  - Puede ocurrir que $N_i \cdot (P_1 - P_0) = 0$
  - En ese caso, la línea es paralela al borde y no existe intersección

Algoritmo de recorte de Cyrus-Beck

- Aplicando la fórmula obtenemos los 4 valores de t que indican las intersecciones de la línea con los 4 bordes.
- ¿Cómo identificamos cuáles son las dos correctas?
- Los valores de t fuera del rango (0,1) se descartan
- Cada valor de t se etiqueta como entrante (t_E) o saliente (t_S), según entre o salga hacia el lado donde se encuentra la ventana
- ¿Cómo saberlo?



- Mirando el signo de $N_i \cdot (P_1 - P_0)$
  - Si es negativo → punto entrante
  - Si es positivo → punto saliente
- La solución viene dada por el tramo de línea entre el P_E más alto y el P_S más bajo
- Si $t_E > t_L$ → la línea no se dibuja
- Una vez obtenidos los valores de t, se sustituyen en la ecuación parámetrica para obtener las coordenadas (x,y) de los puntos

Algoritmo de recorte de Cyrus-Beck

- Es muy rápido calcular si es entrante o saliente: el producto escalar ya estaba calculado!
- Para implementarlo se usan dos variables, t_E y t_S, donde se va almacenando el t_E más grande y el t_S más pequeño que vayamos encontrando
- Al acabar los cálculos con los 4 bordes, se comparan los t_E y t_S finales, y se decide si dibujar o no

```
Funcion Cyrus_Beck (…)
Para cada borde de la ventana
        Calcular t
        Si t es entrante y t > te entonces te = t
        Si t es saliente y t < ts entonces ts = t
Fin Para
Si te < ts entonces
        Calcular Pe = P(te)
        Calcular Ps = P(ts)
        Pintar linea (Pe, Ps)
Fin Si
```

Ejemplo de recorte

2. Recorte 2D.

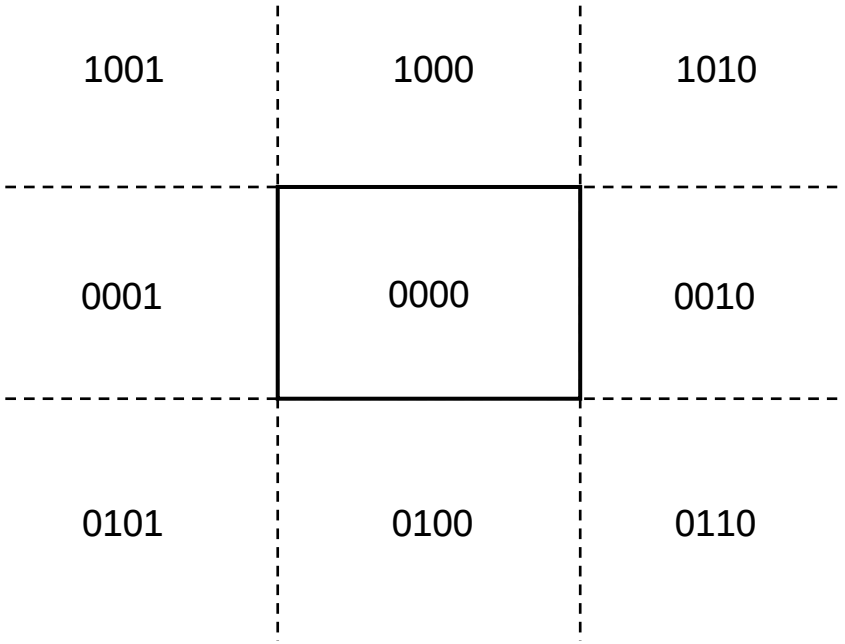
Cyrus-Beck

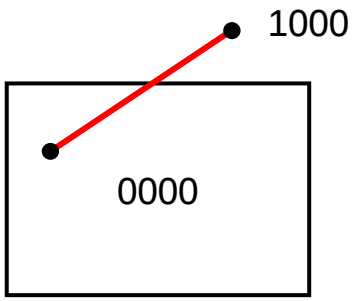
(a) Explicar el algoritmo de ~~Sutherland - Cohen~~. (1.5 puntos)

(b) Hacer una traza del algoritmo para recortar las aristas [(-1,9)..(4,4)], [(8,7)..(11,8)] y [(-3,1)..(1,-3)] sobre la ventana rectangular cuyas esquinas son (0,0) y (10,6). (2 puntos)

Algoritmo de recorte de Cohen-Sutherland

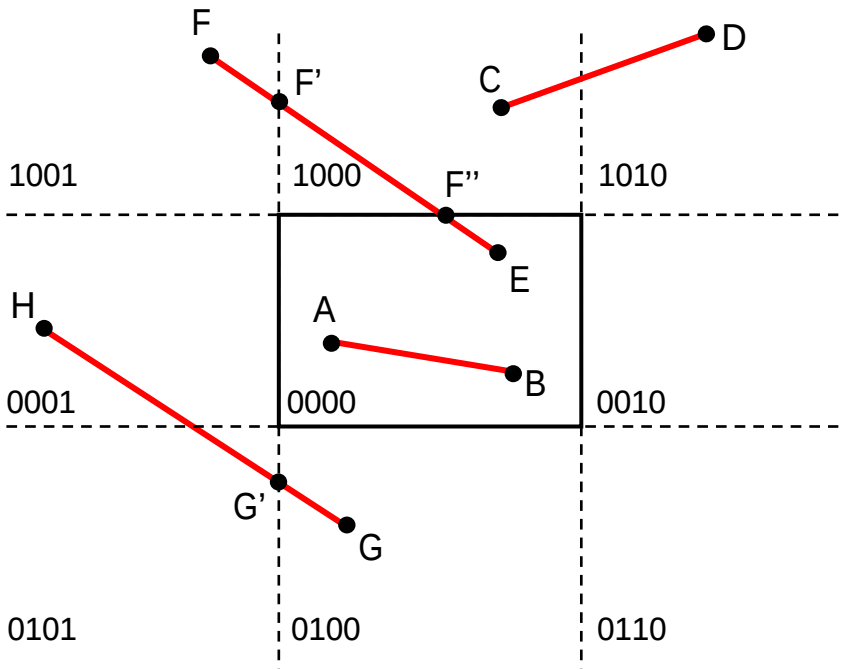
- Se ejecuta primero un test inicial para reducir el número de intersecciones a calcular
- A cada extremo de la línea le asignamos un código de 4 bits
- Cada bit indica si el punto está a un lado o a otro de cada borde
  - El primer bit indica si el punto está por encima del borde superior
  - El segundo bit indica si el punto está por debajo del borde inferior
  - El tercer bit indica si el punto está a la derecha del borde derecho
  - El cuarto bit indica si el punto está a la izquierda del borde izquierdo
- Cada bit se calcula mediante una resta
- Por ejemplo, el primer bit viene dado por el signo de la resta ($y-y_{max}$)





Algoritmo de recorte de Cohen-Sutherland

- A continuación hacemos una operación AND entre los códigos de ambos extremos
  - Si el AND != 0 → la línea es completamente invisible y la descartamos
  - Si el AND == 0 siendo ambos códigos 0000 → la línea es totalmente visible y la pintamos íntegra
  - Si no es ninguno de los casos anteriores, la línea la catalogamos como parcialmente visible, y sólo en este caso nos ponemos a calcular intersecciones



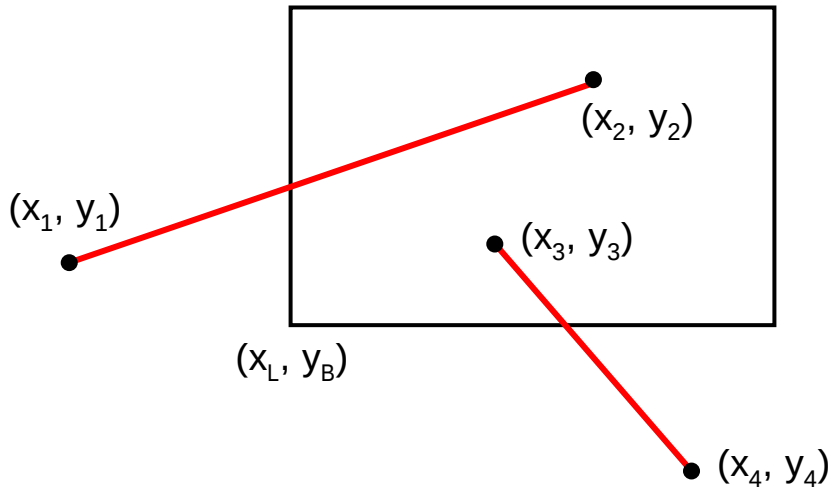
- Línea AB → totalmente visible
- Línea CD → totalmente invisible
- Línea EF → parcialmente visible
  - Calculamos la intersección con uno de los bordes puestos a 1 → F'
  - Ahora la línea se divide en dos: FF' y EF'
  - La línea FF' es invisible → se descarta
  - La línea EF' es parcialmente visible → calculamos la intersección y obtenemos F''
  - La línea F'F'' es invisible → se descarta
  - La línea EF'' es totalmente visible → se pinta
- Línea HG → parcialmente visible
  - Calculamos la intersección → G'
  - La línea GG' es invisible → se descarta
  - La línea HG' es invisible → se descarta

Algoritmo de recorte de Cohen-Sutherland

- Para calcular la intersección con los bordes se utiliza la ecuación de la línea

  $y = y_1 + m\,(x-x_1)$, siendo $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$

- Para un borde vertical, la ecuación es $x = x_L$
- Sustituimos en la ecuación de la línea y obtenemos el valor de y



- Para un borde horizontal, la ecuación es $y = y_B$
- La ecuación de la línea puede ponerse como

  $x = x_3 + (y-y_3) / m$

Ejemplo de recorte

2. Recorte 2D.

   (a) Explicar el algoritmo de Sutherland - Cohen. (1.5 puntos)

   (b) Hacer una traza del algoritmo para recortar las aristas [(-1,9)..(4,4)], [(8,7)..(11,8)] y [(-3,1)..(1,-3)] sobre la ventana rectangular cuyas esquinas son (0,0) y (10,6). (2 puntos)

Comparativa de ambos algoritmos

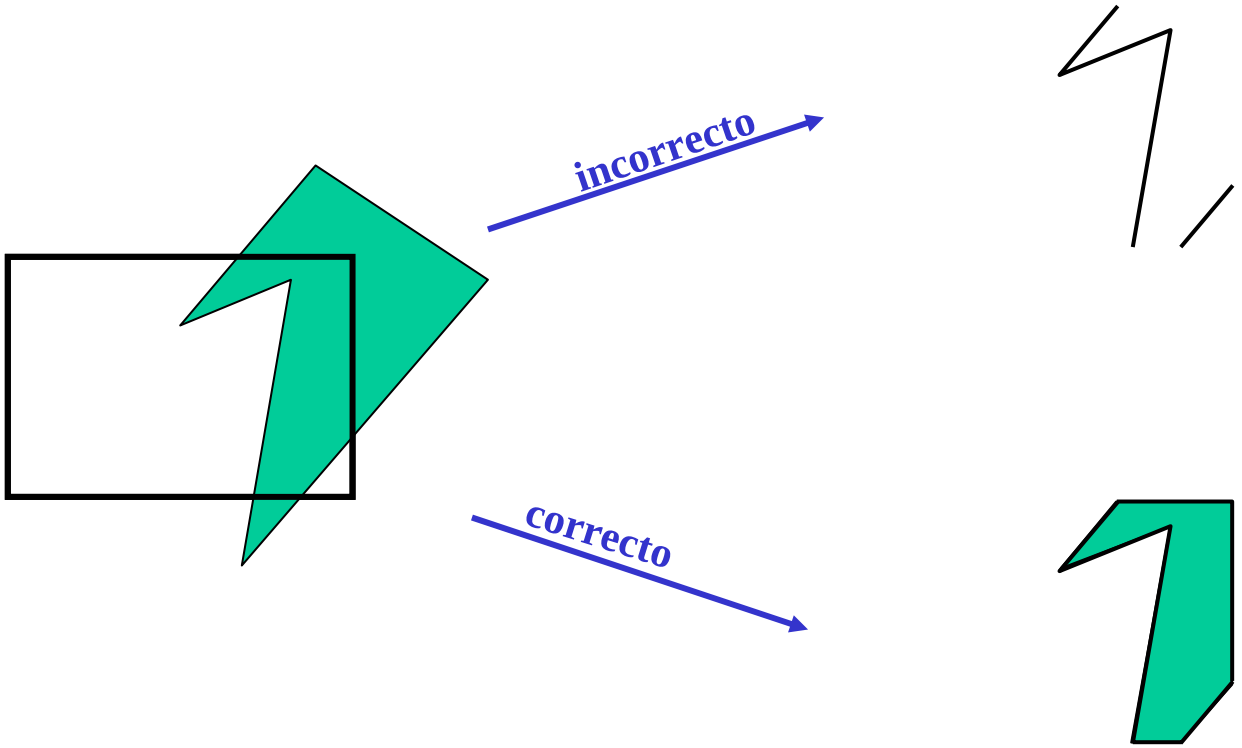
- El algoritmo Cyrus-Beck es más eficiente que Cohen-Sutherland porque sólo calcula las coordenadas cartesianas (x,y) al final

- Funciona muy bien cuando la mayoría de las líneas cae en el interior de la ventana de recorte

- El algoritmo Cohen-Sutherland es mejor cuando la mayoría de las líneas cae fuera de la ventana, porque se rechazan en el test inicial

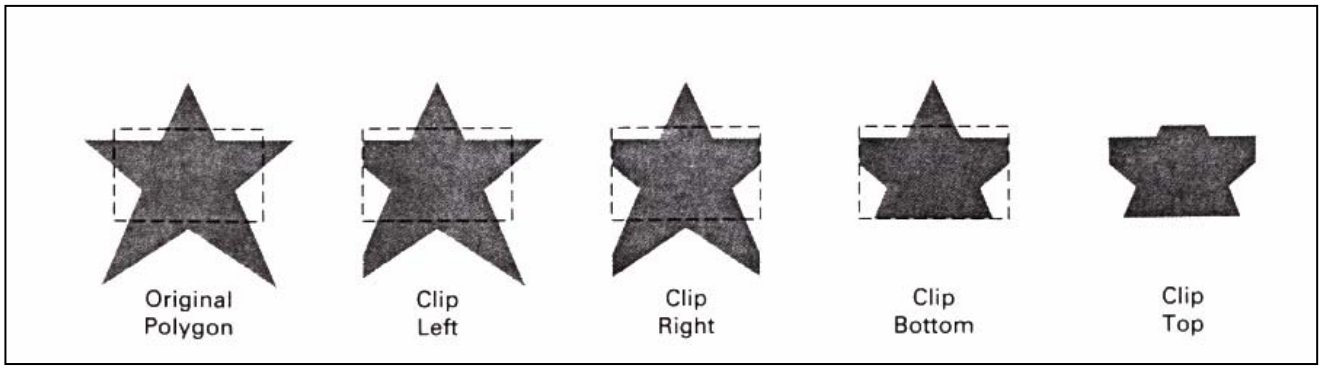
Recorte de polígonos

- Para recortar polígonos no basta sólo con recortar sus aristas
- Lo que hace falta es un algoritmo que genere una o más áreas cerradas que puedan rellenarse si se desea
- Es decir, queremos la secuencia de vértices que represente al polígono recortado

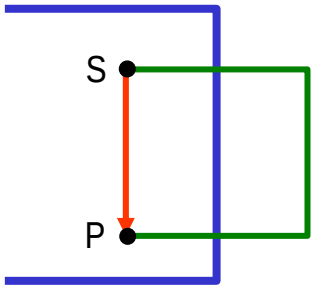


Algoritmo de recorte de Sutherland-Hodgeman

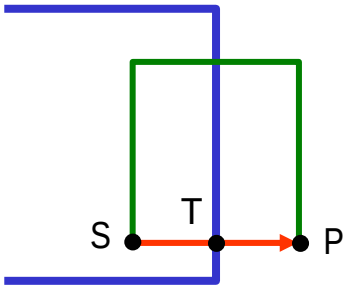
- En cada iteración vamos recortando el polígono frente a uno de los bordes



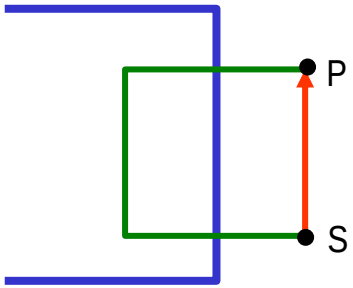
- Vamos recorriendo la lista de vértices del polígono, y se genera una lista de salida
- Existen 4 casos posibles:



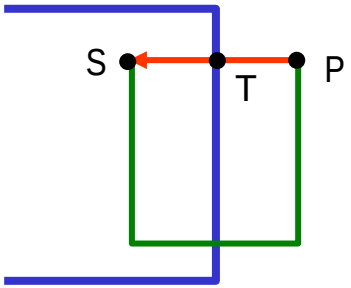
Se añade P
a la lista



Se añade T
a la lista

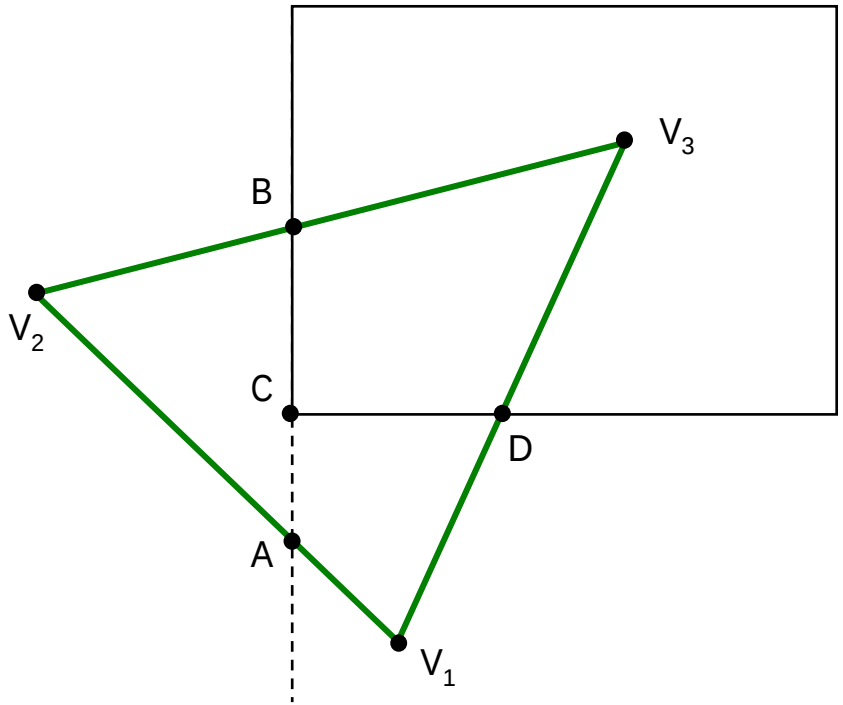


No se añade
ningún vértice



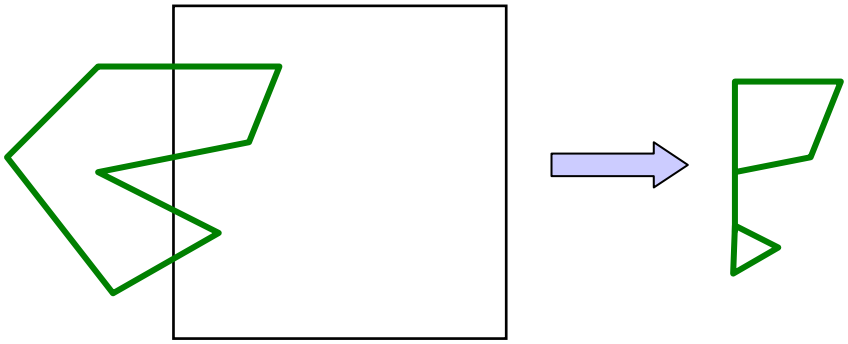
Se añaden T
y P a la lista

Ejemplo



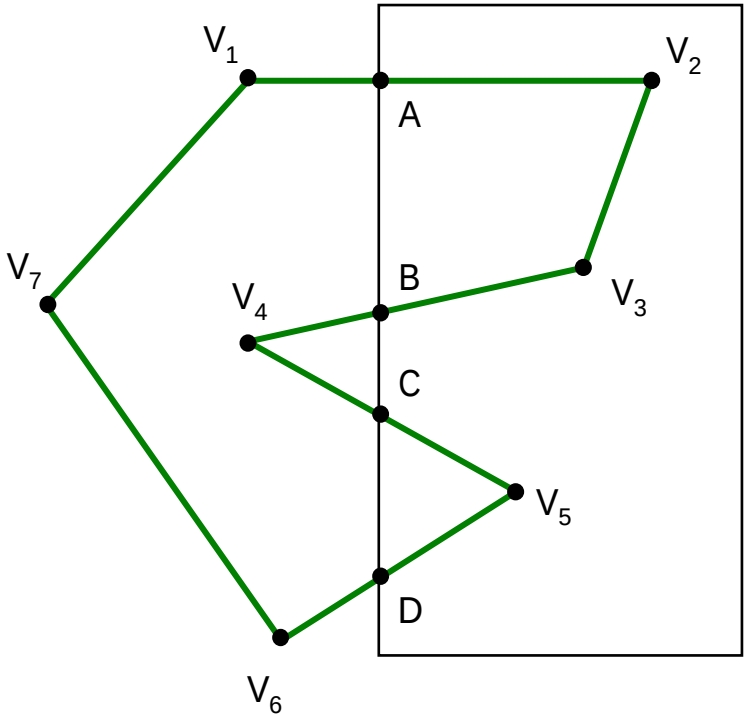
- Se hace por separado para cada borde porque si no no se sabría si estamos dentro o fuera
- Borde izquierdo: V_1, A, B, V_3
- Borde derecho: V_1, A, B, V_3
- Borde inferior: C, B, V_3, D
- Borde superior: C, B, V_3, D

- Existen problemas con los polígonos cóncavos en algunas orientaciones → aparecen líneas falsas!



Algoritmo de recorte de Weiler-Atherton

- Arregla el problema de los polígonos cóncavos. ¿Cómo?
- El problema del algoritmo anterior es que devuelve un único polígono de salida
- La solución consiste en poder devolver más de un polígono
- En lugar de viajar por los vértices del polígono, a veces nos moveremos por los bordes de la ventana
- Las reglas para decidir el movimiento son:
  - Si en una arista viajamos de fuera a dentro, seguimos la arista del polígono
  - Si la dirección es de dentro a fuera, seguimos por el borde de la ventana
- Comenzaremos siempre en un punto exterior (si todos son interiores, el polígono es completamente visible)



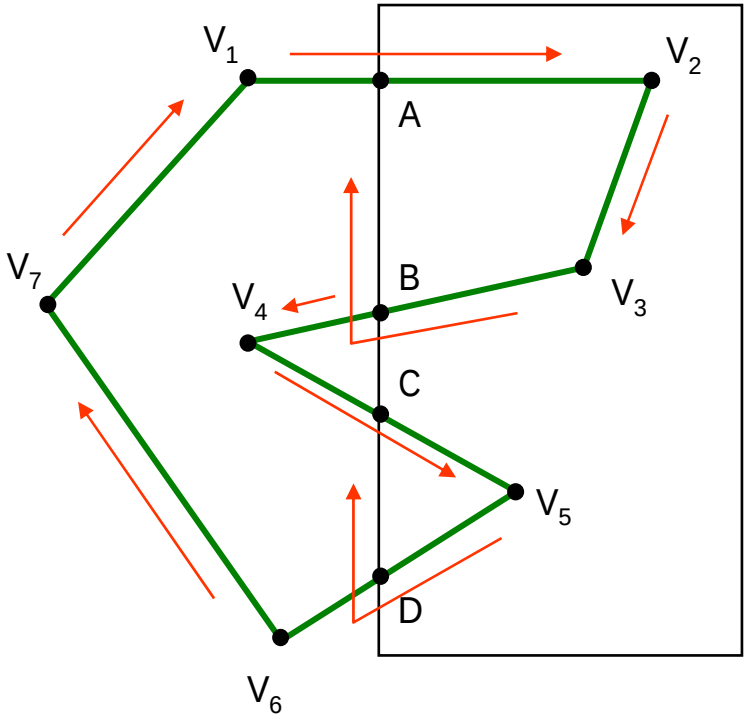
Algoritmo de recorte de Weiler-Atherton

- Comenzamos con V_1
- Como cruzamos de fuera hacia adentro, nos quedamos con la intersección *A*
- Al llegar a B (de dentro hacia fuera) unimos B con *A* y creamos el polígono

  $\{ A, V_2, V_3, B \}$

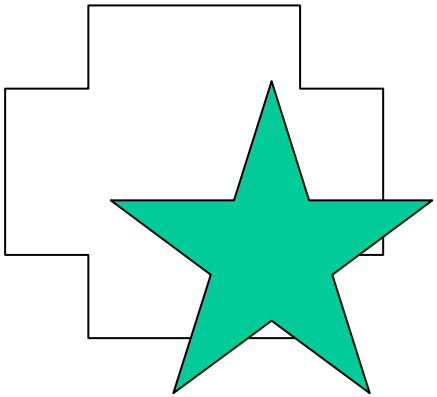
- Continuamos a partir de B
- Como cruzamos de fuera hacia adentro, nos quedamos con la intersección *C*
- Al llegar a D (de dentro hacia fuera) unimos D con *C* y creamos el polígono

  $\{ C, V_5, D \}$



Corolario

- A veces se necesita un recorte externo (recortar lo que caiga dentro de la ventana).
- Por ejemplo, en operaciones de cortar y pegar
- El algoritmo es similar, pero quedándonos con la parte de fuera



- Cuando la ventana no es rectangular, o el objeto es curvo, se complican un poco los cálculos, pero también se puede conseguir

- Cuando el número de objetos es muy grande, se suele hacer una etapa previa de *Bounding Rectangle*
  - Figura 1: completamente invisible
  - Figura 2: completamente visible
  - Figura 3: hay que calcular el recorte