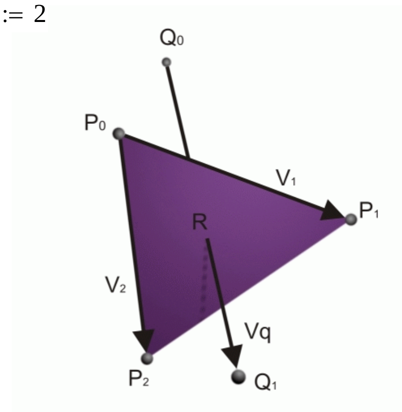
## Intersecta una linea a un facet?

Calcular la eq del plano (Ax+By+Cz+D) a partir de 3 puntos:

$X := 0 \qquad Y := 1 \qquad Z := 2$




$P0 := \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad P1 := \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad P2 := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

### Metodo de normales

$V1 := P1 - P0 \qquad V2 := P2 - P0$

$N := V1 \times V2$

$N = \begin{pmatrix} -2 \\ -11 \\ -8 \end{pmatrix} \qquad N := \frac{N}{|N|}$

$A := N_X \qquad B := N_Y \qquad C := N_Z \qquad D := -\left(N_X \cdot P0_X + N_Y \cdot P0_Y + N_Z \cdot P0_Z\right)$

$A = -0.145 \qquad B = -0.8 \qquad C = -0.582 \qquad D = 4.073$

La ecuación del plano es entonces: $Plano(p) := A \cdot p_X + B \cdot p_Y + C \cdot p_Z + D$

Evaluando en cualquier punto del facet debe resultar cero:

$Plano(P0) = 0 \qquad Plano(P1) = 0 \qquad Plano(P2) = 0$

Se desea saber si la recta Q0-Q1 toca el facet. Tómese en consideración que los puntos pueden estar en cualquier posición y no necesariamente cruzando el facet como se muestra en la figura:

$$Q0 := \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix} \qquad Q1 := \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

El vector Vq une los puntos Q0 y Q1: $Vq := Q1 - Q0$ $\quad Vq = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -8 \end{pmatrix}$

(usando Q1) $\quad u := \dfrac{Plano(Q0)}{-N \cdot Vq}$ $\quad u = 0.667$ Intersecta, pues 0<u<1

El punto de interseccion R: $R := Q0 + u \cdot Vq$

$$R = \begin{pmatrix} 2.667 \\ 2.667 \\ 2.667 \end{pmatrix}$$ (usando Q1)

---

Se deja como ejercicio comprobar que la ecuación es:

(usando Q0) $$u := \frac{\left(A \cdot Q0_X + B \cdot Q0_Y + C \cdot Q0_Z + D\right)}{A \cdot \left(Q0_X - Q1_X\right) + B \cdot \left(Q0_Y - Q1_Y\right) + C \cdot \left(Q0_Z - Q1_Z\right)}$$

$u = 0.667$ Intersecta, pues 0<u<1

El punto de interseccion R: $R := Q0 + u \cdot Vq$ (usando Q0)

$$R = \begin{pmatrix} 2.667 \\ 2.667 \\ 2.667 \end{pmatrix}$$

$Plano(R) = 0$ se comprueba que R queda en el plano!

La minima distancia de Q0 y Q1 al plano es:

$\text{Plano}(Q0) = -4.073$ $\quad$ $\text{Plano}(Q1) = 2.037$

Comprobando los valores de P y Q en un programa de CAD, el punto de interseccion es **t**.

$$t := \begin{pmatrix} \frac{8}{3} \\ \frac{8}{3} \\ \frac{8}{3} \end{pmatrix}$$

$\text{Plano}(t) = 0$ se comprueba que queda en el plano!

$|t - Q1| = 2.769$ $\quad$ $|t - Q0| = 5.538$

y las distancias tambien coinciden en el CAD!

---

El punto en el plano de la distancia Q1 al plano:

$$pto := Q1 + N \cdot \text{Plano}(Q1)$$

$$pto = \begin{pmatrix} 2.704 \\ 0.37 \\ -1.185 \end{pmatrix}$$

$|pto - Q1| = 2.037$ obvio! distancia minima

Prof.Dr. E. López 2009