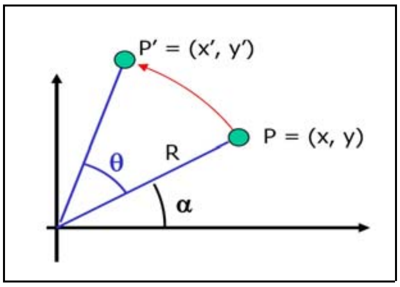
ROTACIONES 3D

$X := 0 \qquad Y := 1 \qquad Z := 2$



La forma convencional 2D

La matriz de rotación 2D en el eje Z:

$$Rz(\phi) := \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$$

En la figura, suponga una posición de P: $P := \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$

Por lo que $\alpha := \operatorname{atan}\left(\frac{P_Y}{P_X}\right)$ $\qquad \alpha = 36.87 \cdot deg$

Se desea rotar P al siguiente valor de θ: $\theta := 45 \cdot deg$

Simplemente Q es la transformación de P:

$$Q := Rz(\theta) \cdot P \qquad Q = \begin{pmatrix} 0.707 \\ 4.95 \end{pmatrix}$$

Usando matrices homogéneas en 2D

Redefiniendo la ecuación de rotación:

$$Rz(\phi) := \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

P entonces tiene: $P := \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

Simplemente Q es la transformación de P:

$$Q := Rz(\theta) \cdot P \qquad Q = \begin{pmatrix} 0.707 \\ 4.95 \\ 1 \end{pmatrix}$$

La forma convencional 3D

Redefiniendo la matriz de rotación 3D en el eje Z:

$$Rz(\phi) := \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

P entonces tiene componente en Z:

$$P := \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Simplemente Q es la transformación de P:

$$Q := Rz(\theta) \cdot P \qquad Q = \begin{pmatrix} 0.707 \\ 4.95 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Usando matrices homogéneas en 3D

Redefiniendo la ecuación de rotación:

$$Rz(\phi) := \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 & 0 \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

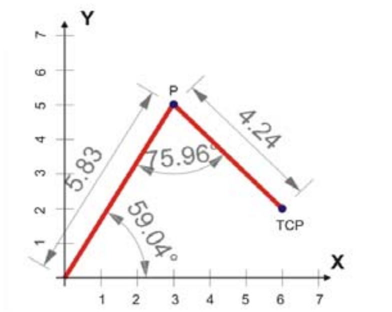
P entonces tiene: $P := \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Simplemente Q es la transformación de P:

$$Q := Rz(\theta) \cdot P \qquad Q = \begin{pmatrix} 0.707 \\ 4.95 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Finalmente, ejemplo de cinemática directa de un robot 2D

Resolver el robot 2D de la figura.
La matriz de traslación en XYZ es:



$$T(\Delta x, \Delta y, \Delta z) := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta x \\ 0 & 1 & 0 & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 & \Delta z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Los valores de las longitudes pueden expresarse en un arreglo de constantes L. Las variables de entrada son los valores angulares del arreglo θ:

$$L := \begin{pmatrix} 5.83 \\ 4.24 \end{pmatrix} \qquad \theta := \begin{pmatrix} 59.04 \\ -180 + 75.96 \end{pmatrix} \cdot deg$$

El punto intermedio P es la rotación+traslación #0.

$$P := Rz(\theta_0) \cdot T(L_0, 0, 0)$$

$$P^{\langle 3 \rangle} = \begin{pmatrix} 2.999 \\ 4.999 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

El cálculo de TCP simplemente involucra rotación+traslación #0 y #1.
El TCP es la última columna de la matriz resultado.

$$Q := Rz(\theta_0) \cdot T(L_0, 0, 0) \cdot Rz(\theta_1) \cdot T(L_1, 0, 0)$$

<<< (ec. del robot)

$$TCP := Q^{\langle 3 \rangle} \qquad TCP = \begin{pmatrix} 5.997 \\ 2.001 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$