ANÁLISIS DE LA CADENA CINEMÁTICA DE UN ROBOT SCARA RS40

El archivo de ensamble "SCARA.SLDASM" de SolidWorks v2007 contiene la cadena cinemática de un robot tipo SCARA RS40, preparado para que usted pueda fácilmente editar la posición, calcular los valores de rotación y traslación, observar el TCP, etc. El robot tiene un enlace interno a una tabla de diseño de EXCELL (RS40.xls), en donde cada vez que el archivo se graba, la tabla de diseño se actualiza con las nuevas posiciones. Esta tabla de diseño se utilizará aquí para probar las ecuaciones y los cálculos de la cadena cinemática.

Considere la ecuaciones de las transformaciones geométricas:

Traslación

$$T(\Delta x, \Delta y, \Delta z) := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta x \\ 0 & 1 & 0 & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 & \Delta z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad X := 0 \qquad Y := 1 \qquad Z := 2$$

Rotación en el eje X

$$Rx(\theta) := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Rotación en el eje Y

$$Ry(\theta) := \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Rotación en el eje Z

$$Rz(\theta) := \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La tabla RyT, muestra las rotaciones y traslaciones del robot (RS40) importadas desde el software SolidWorks v2007, a través del software Exell v2007.

$RyT :=$

	0	1	2	3	4	5	6
0	102.449	170	230	108.645	584	1.59	53.43

Los valores de las traslaciones son las celdas 0 a la 4. La 5 y 6 representan los valores angulares de las articulaciones en el robot. El signo del valor del ángulo representa el sentido de la rotación.

$$i := 0..4$$

$$\Delta_i := RyT_{0,i} \qquad \theta := \begin{bmatrix} RyT_{0,6} \\ (-RyT)_{0,5} \end{bmatrix} deg$$

$$\Delta = \begin{pmatrix} 102.449 \\ 170 \\ 230 \\ 108.645 \\ 584 \end{pmatrix} \qquad \theta = \begin{pmatrix} 0.933 \\ -0.028 \end{pmatrix}$$

A continuación se muestra el análisis de cada elemento del robot.

ELEMENTO 1

El elemento 1 viene dado por las matrices de traslación y rotación T0 y R0, respectivamente.

$$T(0,\Delta_4,0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 584 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad Ry(\theta_0) = \begin{pmatrix} 0.596 & 0 & -0.803 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.803 & 0 & 0.596 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ELEMENTO 2

El elemento 2 viene dado por las matrices traslación T1, T2 y rotación: R1

$$T(0,\Delta_3,0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 108.645 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad T(0,0,-\Delta_2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -230 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$Ry(\theta_1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0.028 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.028 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ELEMENTO 3

El elemento 3 viene dado por las matrices traslación T3 y T4.

$$T(\Delta_1,0,0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 170 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad T(0,-\Delta_0,0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -102.449 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

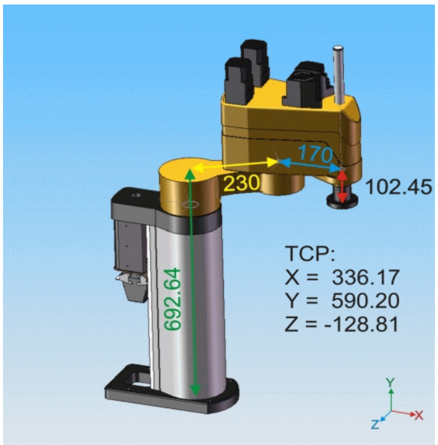
El cálculo del TCP, viene dado por la siguiente expresión:

$$P := T\left(0,RyT_{0,4},0\right)\cdot Ry\left(\theta_0\right)\cdot T\left(0,RyT_{0,3},-RyT_{0,2}\right)\cdot Ry\left(\theta_1\right)\cdot T\left(RyT_{0,1},0,0\right)\cdot T\left(0,-RyT_{0,0},0\right)$$

$$TCP := P^{\langle 3\rangle} \qquad TCP = \begin{pmatrix} 289.756 \\ 590.196 \\ -3.366 \\ 1 \end{pmatrix}$$

CINEMÁTICA INVERSA

Dado el punto TCP, encontrar los valores angulares que las articulaciones deben alcanzar.



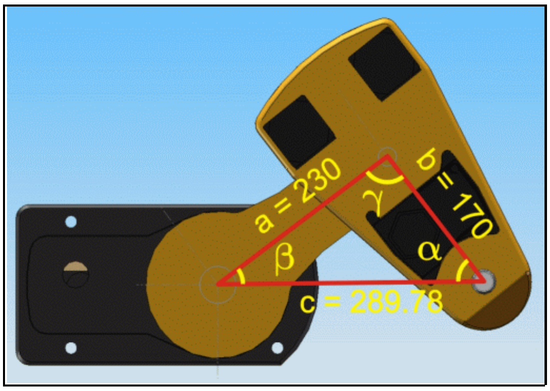


Fig. 1.- SCARA RS40. (a) Dimensiones y valores del TCP, (b) Ángulos de la posición desconocidos.

Relaciones trigonométricas para triángulos (oblicuángulo)

Teorema de los senos: $$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$

Teorema de los cosenos:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\cdot b\cdot c\cdot \cos(\alpha) \qquad b^2 = c^2 + a^2 - 2\cdot c\cdot a\cdot \cos(\beta) \qquad c^2 = a^2 + b^2 - 2\cdot b\cdot c\cdot \cos(\gamma)$$

Sustituyendo para el robot, a y b son las longitudes de los miembros y c coincide con el TCPx

$$a := \Delta_2 = 230 \qquad b := \Delta_1 = 170 \qquad c := \sqrt{\left(TCP_X\right)^2 + \left(TCP_Z\right)^2} = 289.775$$

Los ángulos buscados son:

$$\alpha := \operatorname{acos}\left(\frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2\cdot b\cdot c}\right) \qquad \alpha = 52.506\cdot deg$$

$$\beta := \operatorname{acos}\left(\frac{b^2 - a^2 - c^2}{-2\cdot a\cdot c}\right) \qquad \beta = 35.904\cdot deg$$

$$\gamma := \operatorname{acos}\left(\frac{c^2 - a^2 - b^2}{-2\cdot a\cdot b}\right) \qquad \gamma = 91.59\cdot deg$$

Los ángulos provenientes de la tabla de diseño de SolidWorks son (véase el inicio de esta hoja):

$$\theta = \begin{pmatrix} 53.43 \\ -1.59 \end{pmatrix}\cdot deg$$
