TREBOL CON CURVAS DE BEZIER RACIONALIZADAS

Considere el polinomio de Bernstein bajo las siguientes condiciones:

$$n := 7 \qquad u := 0, 0.01 .. 1 \qquad i := 0 .. n$$

$$\mathrm{Bernstein}(i,u) := \frac{n!}{i!\cdot(n-i)!}u^{i}\cdot(1-u)^{n-i}$$

La curva de Bezier es:

$$C(\Phi,u) := \sum_{i=0}^{n}\left(\Phi_i\cdot \mathrm{Bernstein}(i,u)\right)$$ (Ec. 1)

El vector de pesos modifica la curva. Los elementos primero y último son un factor de uno.

$$\omega_{p_i} := \mathrm{rnd}(8)+1 \qquad \omega_{p_0} := 1 \qquad \omega_{p_n} := 1$$

La curva de pesos es:

$$Wp(u) := \sum_{i=0}^{n}\left(\omega_{p_i}\cdot \mathrm{Bernstein}(i,u)\right)$$ (Ec. 2)

Por lo que la curva racional de Bezier es:

$$\mathrm{Bezier}(\Phi,u) := \frac{\displaystyle\sum_{i=0}^{n}\left(\Phi_i\cdot\omega_{p_i}\cdot \mathrm{Bernstein}(i,u)\right)}{\displaystyle\sum_{i=0}^{n}\left(\omega_{p_i}\cdot \mathrm{Bernstein}(i,u)\right)}$$ (Ec. 3)

Reescribiendo la ecuación 3 para cada eje coordenado:

$$X(\Phi,u) := \sum_{i=0}^{n} \left(\Phi_i \cdot \omega_{p_i} \cdot \mathrm{Bernstein}(i,u)\right) \qquad x(\Phi,u) := \frac{X(\Phi,u)}{Wp(u)}$$

(Ec. 4)

$$Y(\Phi,u) := \sum_{i=0}^{n} \left(\Phi_i \cdot \omega_{p_i} \cdot \mathrm{Bernstein}(i,u)\right) \qquad y(\Phi,u) := \frac{Y(\Phi,u)}{Wp(u)}$$

EJEMPLO #1

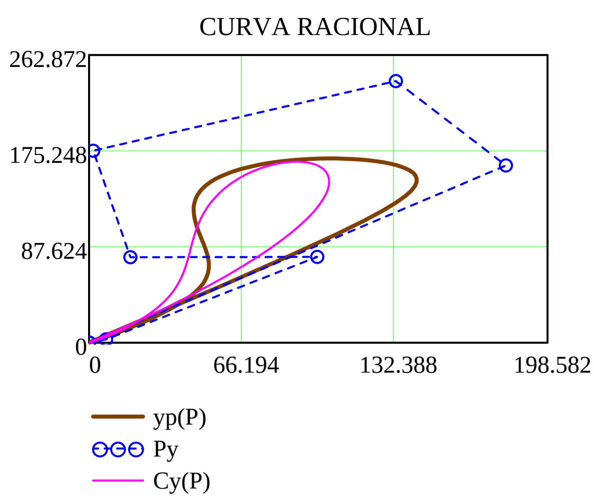
Considere los puntos de control con valores aleatorios:

$maxRnd := 50$

$Px_i := i\,rnd(maxRnd) \qquad Py_i := i\,rnd(maxRnd)$

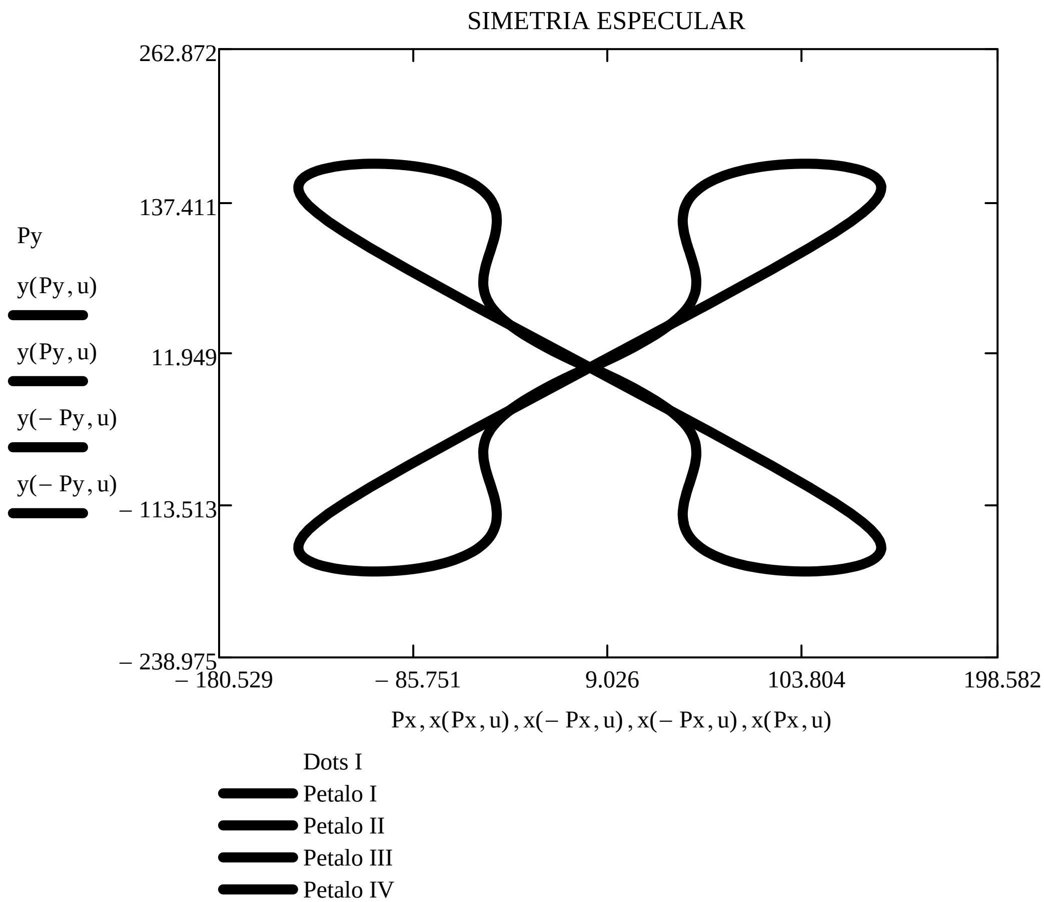
En donde el primer y último elemento son iguales y están en el origen.

$Px_n := Px_0 \qquad Py_n := Py_0$



Nótese la modificación (curva oscura) que sufrió la curva original (curva clara).

Para graficar en simetría especular simplemente los valores del polígono de control se colocan en cada cuadrante.



EJEMPLO #2

Para un arreglo polar, es necesario hacer un polígono de control para cada rotación. Considere el caso para:

$$Lados := 7$$

Por lo que

$$L := 0 .. Lados - 1 \qquad \theta_L := \frac{2\pi}{Lados} \cdot L$$

Considere los puntos de control del primer pétalo con valores aleatorios:

$$M_{i,L} := rnd(5) \qquad N_{i,L} := rnd(5)$$

En donde el primer y último elemento (para formar el pétalo) son iguales y están en el origen.

$$M_{n,L} := 0 \qquad N_{n,L} := 0$$

Ahora el arreglo polar para el resto de los pétalos será:

$$r_i := \sqrt{\left(M_{i,0}\right)^2 + \left(N_{i,0}\right)^2} \qquad \phi_i := acos\left(\frac{M_{i,0}}{r_i}\right)$$

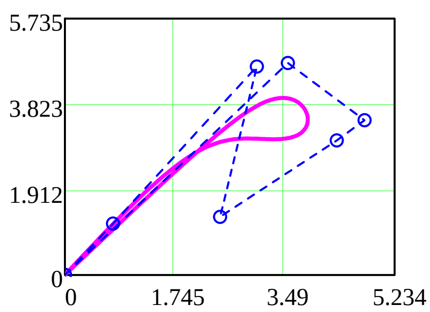
$$M_{i,L} := r_i \cdot \sin\left(\phi_i + \theta_L\right) \qquad N_{i,L} := r_i \cdot \cos\left(\phi_i + \theta_L\right)$$

En donde el primer y último elemento (para formar el pétalo) son iguales y están en el origen.

$$M_{0,L} := 0 \qquad N_{0,L} := 0$$

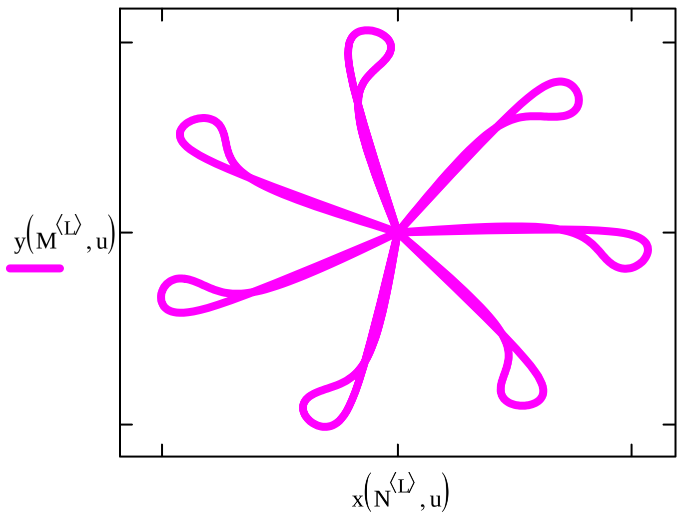
$$M_{n,L} := M_{0,L} \qquad N_{n,L} := N_{0,L}$$

PRIMER PETALO



La siguiente gráfica muestra el arreglo de pétalos usando la rotación polar de los puntos de control.

ARREGLO POLAR DE TODOS LOS PETALOS



El archivo PDF está **aquí**